PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 16. 15. August 1916. 17. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 17 am 19. August 1916.

INHALT:

Originalmitteilungen:

V. Bjerknes, Über thermodynamische Maschinen, die unter Mitwirkung der Schwerkraft arbeiten. II. S. 365.

K. Uller, Die Strahlung in einer Welle von elementarer Schwingungsform. S. 369.

F. Fischer u. E. Baerwind, Über die Gleichrichterwirkung des Siliziums und seine Stellung in der thermoelektrischen Spannungsreihe. S. 373.

A. Schidlof u. A. Targonski, Über die Brownsche Bewegung elektrisch geladener Teilchen in Gasen. S. 376.

D. Bose, Sichtbarmachung der Ionisationsbahnen von *H*-Teilchen, die durch Zusammenstoß von α-Teilchen mit *H*-Atomen erzeugt sind. S. 388.

A. v. Schütz, Über die Möglichkeit des Nachweises eines Erdbewegungseinflusses auf die Erscheinungen der Selbstinduktion. S. 391.

Besprechungen:

Chr. Ries, Sehende Maschinen. S. 392.

Nachtrag zur Übersicht über die Kriegsbeteiligung der Deutschen Physiker. S. 392.

Personalien. S. 392.

Gesuche. S. 392.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über thermodynamische Maschinen, die unter Mitwirkung der Schwerkraft arbeiten.

II. Teil.

Von V. Bjerknes.

7. Über zusammengesetzte Maschinen und zusammengesetzte Behälter. — Wir haben bisher die denkbar einfachste Elementarmaschine betrachtet und für diese das Prinzip abgeleitet, daß für die Nutzwirkung der Maschine der Niveauunterschied zwischen Wärme- und Kältequelle ausschlaggebend ist. Dasselbe Prinzip muß man notwendig wiederfinden, wenn man zu den konkreten Maschinen übergeht, die man durch Zusammensetzung von Elementarmaschinen aufbauen kann.

Ohne noch den Versuch zu machen, die konkrete Maschine eingehender zu diskutieren oder die komplizierteren Betriebsbedingungen erschöpfend zu behandeln, werde ich hier durch ein paar erläuternde Beispiele auf einige naheliegende Fehlschlüsse aufmerksam machen.

In Wirklichkeit wird man nie nur an einer Stelle Wärmeabfuhr haben. Man betrachte z. B. eine stationäre atmosphärische Zirkulation. Die Bewegung verläuft in geschlossenen, in sich zurücklaufenden Stromröhren. Jede elementare Stromröhre ist eine elementare Wärmemaschine der von uns betrachteten Art. Nur ist die Zu- und Abfuhr von Wärme nicht lediglich an zwei Stellen lokalisiert, sondern über die ganze Bahn stetig verteilt. Dementsprechend können wir bei unserer Maschine Wärmereservoire passender Temperatur längs der ganzen Röhrenleitung verteilen. Dabei muß man aber genau prüfen, welche Wärmebehälter wirklich als Wärme- oder Kältequelle thermisch tätig sind, und nicht ohne weiteres die Behälter mit den Quellen identifizieren. Man muß also untersuchen, an welchen Stellen wirklich Wärme der arbeitenden Substanz zugeführt oder entzogen wird. Diese Stellen brauchen nicht mit denen höchster bzw. tiefster Temperatur zusammenzufallen.

Als einfachstes Beispiel können wir in unserer Maschine eine Anzahl Reservoire übereinander legen mit Temperaturen, die nach dem adiabatischen Gesetz nach oben abnehmen. In dieser Weise kann man beliebig hohe Wärmebehälter I und II bauen. Wenn nun zu Anfang die arbeitende Substanz in Ruhe ist, so wird bei der Herstellung der thermischen Verbindung die ganze Flüssigkeitssäule innerhalb der Wärmequelle erwärmt werden. Sobald aber die Bewegung nach oben einsetzt, bleibt nur ein Element des Wärmebehälters, das unterste, tätig. Dieses Element allein übernimmt die

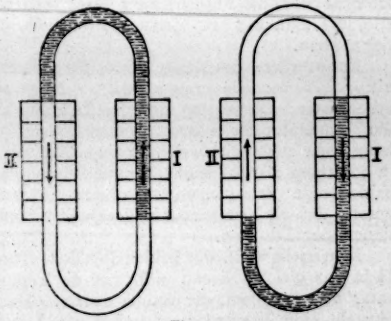

Fig. 4.

Wärmezufuhr zu den neu zuströmenden kalten Massen. Und wenn die erwärmte Säule den Kältebehälter erreicht, wird das oberste Element desselben alle Abkühlung besorgen. Nachdem einmal der stetige Betrieb eingesetzt hat, hat man nur mit dem untersten Element des Be-

hälters I als Wärmequelle und mit dem obersten Element des Behälters II als Kältequelle zu rechnen (Fig. 3a). Dies gilt beim Vorwärtslauf der Maschine. Hat man dagegen einen Rückwärtslauf zustande gebracht, so wird das oberste Element des Behälters I als Wärmequelle und das unterste des Behälters II als Kältequelle tätig sein. Eine Folge hiervon ist, daß die Maschine bei Rücklauf kleinere Nutzwirkung als bei Vorwärtslauf hat. Der Unterschied kann auch das Vorzeichen der Nutzwirkung betreffen. Die Maschine wird bei dem Rücklauf nicht arbeitleistend, sondern arbeitvernichtend wirken, sofern das untere Ende des Behälters II niedriger liegt als das obere Ende des Behälters I (Fig. 3b). Besonders ist deshalb hervorzuheben, daß man zu einem völlig fehlerhaften Schlusse kommen würde, wenn man, in dem einen oder anderen Falle, das Niveau der Wärmequelle etwa mit dem mittleren Niveau des Behälters I und das Niveau der Kältequelle mit dem mittleren Niveau des Behälters II identifizierte. Und wenn man, wie in der Atmosphäre, nicht sichtbare Wärme- oder Kältebehälter vor sich hat, so muß man sich hüten, die Ausdehnung der Wärme- oder Kältequelle mit der Ausdehnung der von ihr ausgehenden warmen oder kalten Luftsäule zu identifizieren.

Auch muß man beachten, daß das Prinzip von dem Niveauunterschied der Wärme- und Kältequelle nur für den stetigen Betrieb einer dauernd arbeitleistenden oder arbeitvernichtenden Maschine gilt. Die dem stetigen Betrieb einer Maschine entsprechende Bewegung darf man nicht mit der vorübergehenden Bewegung schwingender oder zirkulierender Natur verwechseln, die man mit nur einer Wärmequelle erzielen kann.

Entsprechend den Bewegungen, die man mit einer Wärmequelle erzeugt und so lange als arbeitleistende Bewegung unterhalten kann, als die Temperatur der Wärmequelle noch steigt (3), kann man auch mit zwei Wärmequellen selbst in gleichem Niveau sehr charakteristische, arbeitleistende Bewegungen unterhalten, vorausgesetzt, daß die Temperatur beider Quellen Funktionen der Zeit sind.

Man stelle z. B. die beiden Behälter I und II in das gleiche Niveau und lasse die Temperatur von I steigen, die von II sinken. Dann entsteht eine Zirkulation, die oben von I nach II und unten von II nach I führt. Die Anordnung ist arbeitleistend, d. h. immer mehr Wärme wird in kinetische Energie verwandelt, solange der Temperaturunterschied der beiden Reservoire zunimmt. Gibt man jetzt den Behältern konstante Temperaturen, so hält sich die erzeugte Zirkulation unverändert, die Arbeitsleistung hört auf. Läßt man die Temperatur von I abnehmen und die von II steigen, so erhält man eine arbeitvernichtende Anordnung. Die erzeugte kinetische Energie wird vermindert und wird zuletzt Null. Wenn das Sinken der Temperatur von I und das Steigen der von II andauert, so wird Zirkulation der entgegengesetzten Richtung eintreten, und man hat wieder eine arbeitleistende Anordnung, die so lange andauert, bis man wieder die Temperatur beider Behälter konstant hält. Dann kann man die Temperatur der Behälter in entgegengesetzter Richtung verändern und dadurch nochmals eine Umkehr der Bewegung erzwingen usf. Mit zwei Wärmebehältern in gleichem Niveau, die periodisch veränderliche Temperatur haben, kann man deshalb eine periodisch wechselnde Zirkulation unterhalten.

8. Übergang zur Thermodynamik eines bewegten Kontinuums. — In unseren Überlegungen haben wir nichts vorausgesetzt über eine spezielle Form der in sich zurücklaufenden Röhre. Unsere Resultate sind anwendbar auf Röhren der kompliziertesten Formen, mit beliebig veränderlichem Querschnitt. Aus solchen elementaren Röhren, die man nebeneinander legt, kann man Systeme bauen, die den Raum stetig füllen. Die Röhrenwände kann man sich unendlich dünn denken, und körperliche Wärme- und Kältereservoire braucht man nicht. Die haben wir nur zur Veranschaulichung eingeführt, anstatt abstrakt von den Stellen zu reden, wo Wärme durch Strahlung oder Leitung zugeführt oder weggenommen wird. Wir können in dieser Weise zu jeder denkbaren Bewegung eines stetig raumfüllenden Mediums gelangen, die dadurch charakterisiert ist, daß sie in einem unveränderlichen System von in sich zurücklaufenden Röhren verläuft. In dieser Weise können wir unsere Resultate auf ein bewegtes Kontinuum übertragen.

Die Zahl der Bewegungen, die man in dieser Weise konstruieren kann, ist natürlich außerordentlich viel größer als die Zahl solcher Bewegungen, die das freie Kontinuum wirklich auch weiter ausführt, wenn man die starren Wände der elementaren Stromröhren entfernt. Dies beeinträchtigt aber nicht die Allgemeinheit unserer Schlüsse. Denn unsere Resultate gelten für alle Bewegungen, für diejenigen, die als nicht weiter existenzfähig auszuscheiden sind, wie für die einzig wichtigen, die ohne starre Wände weiter bestehen können.

Zu den Bewegungen, die auszuscheiden sind, wenn man zu einem freien Kontinuum übergeht, gehören aller Wahrscheinlichkeit nach besonders die rückläufigen Bewegungen, die durch eine rückläufige Anfangszirkulation eingeleitet

werden mußten. Diese würden sich sicher alle als instabil erweisen, sobald man die starren Wände der ursprünglichen Röhren durch die nachgiebigen Wände der freien Stromröhren ersetzte.

Von diesen rückläufigen Bewegungen können wir deshalb ganz absehen, wenn wir unsere Resultate auf die Bewegung beispielsweise von Atmosphäre und Meer übertragen wollen. Diese eigenartigen Bewegungen haben insofern nur ein theoretisches Interesse, wenn auch ein großes, weil man sie notwendig mit in Betracht ziehen muß, um die Maschine vollständig zu charakterisieren. Andererseits würden sie eine eminent praktische Bedeutung gewinnen, wenn vielleicht einmal Maschinen dieser Art technische Verwendung finden sollten.

Eine andere wichtige Bemerkung ist die folgende. In der geschlossenen Röhre mit starren Wänden wird man stationäre Bewegung erhalten können, wie hoch man auch den oberen Röhrenbogen oberhalb des Niveaus der Kältequelle und wie tief man auch den unteren Bogen unterhalb des Niveaus der Wärmequelle verlängert. Die Stellen, wo die Bewegung von Aufsteigen in Absteigen oder von Absteigen in Aufsteigen übergeht, ist dabei geometrisch bestimmt durch das Umbiegen der Röhre, und die starren Röhrenwände leisten immer den für die Richtungsveränderung der Bewegung erforderlichen Druck. Im freien Kontinuum kann dagegen die Bewegung nicht in dieser Weise an beliebig vorgeschriebenen Stellen umkehren. Bei dem stationären Zustande können die Umkehrstellen nur da auftreten, wo dauernd Ursachen der Umkehr tätig sind. Das heißt, das Aufsteigen wird nur an der Kältequelle in Heruntersteigen übergehen, nachdem die Partikelchen hier durch Abgabe von Wärme schwerer geworden sind, und das Absteigen wird nur an der Wärmequelle in Aufsteigen übergehen, wenn die Partikelchen hier durch Aufnahme von Wärme leichter werden. Ehe der Dauerzustand sich eingestellt hat, können sehr verwickelte Bewegungen auftreten. Der Dauerzustand selbst wird sich aber durch eine großzügige Einfachheit auszeichnen. Die von einer Wärme- und einer Kältequelle in einem freien Kontinuum unterhaltene Bewegung wird sich auf eine Schicht beschränken, die oben durch eine Niveaufläche durch den höchsten Punkt der Kältequelle und unten durch eine Niveaufläche durch den untersten Punkt der Wärmequelle begrenzt ist. Und in der Schicht zwischen diesen Grenzniveaus wird die Bewegung bestehen in dem Aufsteigen der erwärmten Partikelchen von der Wärme- zu der Kältequelle und ein Herabsinken der abgekühlten Partikelchen von der Kälte- zu der Wärmequelle.

Die Bewegung weiter in den Einzelheiten zu bestimmen, die sich in einem Kontinuum ausbilden wird, wenn die Wärme- und Kältequelle gegeben sind, bleibt natürlich eine verwickelte Aufgabe. Die umgekehrte Aufgabe ist dagegen leichter: wenn die Bewegung bekannt ist, Rückschlüsse zu ziehen über die Lage und die Wirkungsweise der Wärmequellen. Denn verläuft die gegebene Bewegung stationär, also in räumlich festliegenden, in sich zurücklaufenden Stromröhren, so kann man sich die Wände der elementaren Stromröhren erstarrt denken und jede einzelne Stromröhre für sich betrachten als eine elementare thermodynamische Maschine. Um volle Anschaulichkeit zu erreichen, kann man eine solche Röhre aus dem Kontinuum herausgreifen und, als Ersatz für die thermische Wechselwirkung derselben mit ihren unmittelbaren Umgebungen oder mit fernen strahlenden Körpern, die entsprechenden materiellen Wärme- und Kältequellen längs der Wände der Röhre so verteilen, wie es die gegebene Bewegung erfordert.

9. Über die atmosphärischen und ozeanischen Wärmemaschinen. — Wenn man von den kleineren Störungen absieht, kann man die großen atmosphärischen oder ozeanischen Bewegungen als stationär ansehen. Die Stromröhren müssen dann in sich zurücklaufen, und alles liegt in einfachster Form für die Anwendung unserer Resultate zurecht.

Wir können also die einzelnen Röhren als elementare thermodynamische Maschinen betrachten und sie, in der angegebenen Weise, mit den längs ihrer ganzen Länge verteilten Wärme- und Kältequellen versehen denken. Dieses zusammengesetzte System von Wärme- und Kältequellen können wir zuletzt zur Vereinfachung durch ein thermodynamisch gleichwertiges einfaches System ersetzen, bestehend aus nur einer Wärme- und einer Kältequelle. Für dieses einfache System gilt dann notwendig das Resultat, das wir für den Niveauunterschied von Kälte- und Wärmequelle abgeleitet haben. Also:

In den stationären, thermisch unterhaltenen atmosphärischen oder ozeanischen Strömen muß notwendig die Kältequelle höher als die Wärmequelle liegen.

Dies ist das überaus wichtige und fruchtbare Prinzip, das zuerst J. W. Sandström ausgesprochen, theoretisch abgeleitet, durch lehrreiche Versuche illustriert und erfolgreich auf die Diskussion meteorologischer Erscheinungen angewendet hat[1]).

1) J. W. Sandström, Meteorologische Studien im schwedischen Hochgebirge. Göteborgs Kungl. Vetenskaps och Vitterhetssamhäller Handlingar, Fjerde Följden XVII, 2. Göteborg 1916.

Weil sich das Meerwasser thermisch normal verhält, gilt das Gesetz für Meeresströme ebenso wie für Luftströme. Wenn dagegen in Süßwasserseen bei Temperaturen zwischen 0^0 und 4^0 stationäre, thermisch getriebene Zirkulationsbewegungen auftreten, so gilt das entgegengesetzte Gesetz, daß die Wärmequelle höher als die Kältequelle liegen muß.

Auf Anwendungen des Gesetzes in Einzelheiten soll hier nicht eingegangen werden. Nur seien zum Schluß einige allgemeine Bemerkungen über die atmosphärischen und die ozeanischen Wärme- und Kältequellen gemacht.

Die große Wärmezufuhr geschieht durch die Sonnenstrahlung, die große Wärmeabgabe durch die Ausstrahlung. Beide machen sich am kräftigsten am festen Erdboden und an der Grenzfläche von Luft und Meer geltend, sehr viel schwächer dagegen in der freien Atmosphäre oder in größeren Meerestiefen. Schon an jeder einzelnen Stelle gleichen sich Ein- und Ausstrahlung einigermaßen aus; und wenn an einer Stelle die Wärmezufuhr, an einer andern die -abfuhr im Überschuß ist, so werden diese Stellen meistens in nahe gleichem Niveau liegen. Die Bedingungen sind also sehr ungünstig für das Zustandekommen stärkerer Bewegungen. Die atmosphärischen und ozeanischen Zirkulationen werden nur unterhalten durch einen kleinen Überschuß der Einstrahlung über die Ausstrahlung an genügend tiefliegenden und einen kleinen Überschuß der Ausstrahlung über die Einstrahlung an genügend hochliegenden Stellen. Diese Stellen sind die Wärme- und die Kältequellen der Atmosphäre und der Hydrosphäre. Ihre Erforschung wird grundlegend für die gesamte Meteorologie und Hydrographie sein.

Was zunächst das Meer anbetrifft, so liegen die Verhältnisse für das Zustandekommen kräftiger thermischer Maschinen besonders ungünstig. Auf die geringe Nutzwirkung, die man selbst mit den größten denkbaren Niveauunterschieden zwischen Wärme- und Kältequelle erreichen kann, wenn Seewasser die arbeitende Substanz ist, ist schon früher hingewiesen worden (10). Nun kommt noch dazu, daß sowohl die wesentliche Erwärmung als die wesentliche Abkühlung in genau demselben Niveau vor sich geht, nämlich an der Meeresoberfläche. Eine thermisch betriebene Zirkulation zwischen Polen und Äquator kann deshalb nur zustande kommen, sofern die Erwärmung in den äquatorialen Gegenden in tieferes Niveau hinabdringt. Und zwar liegen die Verhältnisse dafür insofern günstig, als die steil auffallenden Sonnenstrahlen in den äquatorialen Gegenden in größere Tiefen gelangen, als die schrägen der höheren Breiten. Dabei ist auch die größere Durchsichtigkeit der tropischen Meere in Betracht zu ziehen. Auch hat man nur in diesen Meeren die starken Temperaturgradienten, die einen merkbaren Wärmestrom nach unten durch Leitung unterhalten können, und die starke Verdunstung, die zum Ausgleich des Salzgehalts lokale Vertikalzirkulation erzeugt und dadurch Wärme nach unten befördert. Man kann aber nur auf schwache thermisch betriebene Ströme im Meere rechnen, die außerdem beschränkt sein müssen auf eine Schicht von relativ geringer Mächtigkeit. Alles scheint auch darauf hinzudeuten, daß in den großen Meerestiefen keine merkbare Bewegung vorhanden ist.

Wenn es sich um die Atmosphäre handelt, so liegen die Verhältnisse insofern anders, als die Erdoberfläche, wo die größte Ein- und Ausstrahlung stattfindet, nicht mehr wie die Meeresfläche eine Niveaufläche ist, sondern alle Höhen bis über 8000 m erreicht. Dies gibt uns gleich eine Anzahl geographisch bestimmter tiefgelegener Wärme- und hochgelegener Kältequellen für den Betrieb der atmosphärischen Wärmemaschine. Als tiefgelegene Wärmequellen werden alle solche Niederungen gelten, wo die Einstrahlung, wenn auch noch so wenig, stärker als die Ausstrahlung ist, und dazu noch die Gebiete, wo die Luft mit warmen Meeresströmungen in Berührung kommt. Die hochgelegenen Kältequellen sind vor allem die hohen Berge, die wegen ihrer Schneedecke viel Wärme ausstrahlen, im Winter auch niedrigere schneebedeckte Berge. Besonders auf diese Kältequellen bringt Sandström sein Gesetz in Anwendung, wie er auch durch seine Beobachtungen in Gebirgsgegenden zur Winterszeit zu seinem Gesetze geführt wurde.

Das Gesetz führt aber zwingend zu dem Resultat, daß auch andere Kältequellen in der Atmosphäre tätig sein müssen. Eine stationäre Luftzirkulation wie der Passat kann nur unter der Bedingung bestehen, daß neben der niedriggelegenen Wärmequelle eine hochgelegene Kältequelle vorhanden ist. Die erwärmte aufgestiegene Luft kann nicht den Erdboden oder das Meeresniveau wieder erreichen nach dem Durchlaufen ausschließlich adiabatischer Prozesse. Sie muß in der Höhe Wärme abgeben, um wieder herunterzukommen. Der Gedanke, daß solche hohe Kältequellen vorhanden sein müssen, ist natürlich nicht neu, und ist auch früher unter Anwendung des Carnotschen Prinzipes eingehender begründet worden. In allgemeiner Form hat Ekholm dieses gemacht in einer Arbeit, wo er auch die allgemeine Bedeutung hochge-

legener Kältequellen betont[1]). Dr. Wenger hat dieselben Betrachtungen unter Anwendung des neueren aerologischen Beobachtungsmaterials durchgeführt[2]).

Die Stellen, wo diese Wärmeabgabe stattfindet, sind nicht mehr geographisch bestimmt. Neben den geographisch lokalisierbaren Kältequellen sind wir also gezwungen, die Existenz einer zweiten Klasse von Kältequellen in der freien Atmosphäre anzunehmen. Sofern die Stratosphäre gar nicht an der Zirkulation teilnimmt, müssen sie noch in der Troposphäre gelegen sein und wohl in deren höchsten Schichten, in der Substratosphäre. Was die Art der Wärmeabgabe betrifft, so muß man auch hier in erster Linie an die Strahlung denken, Strahlung der Luft selbst, Strahlung der Zirren oder Strahlung hoher, von unten nicht sichtbarer Wolken. Die Intensität dieser Strahlung wird im Vergleich zu der der hochgelegenen Schneeflächen äußerst schwach sein. Dafür kann aber der Prozeß über Gebieten von großer Ausdehnung vor sich gehen, und die hohe Lage macht schon eine schwache Wärmeabgabe thermodynamisch sehr wirksam.

Geht man vom Passat zum Monsun über, so kann die monatelange stationäre Luftströmung ebensowenig ihre hohe Kältequelle entbehren wie der Passat. Dabei kann vielleicht der indische Wintermonsun mit dem schneebedeckten Himalaya auskommen. Der Sommermonsun muß aber seine Kältequelle notwendig in höheren Schichten der freien Atmosphäre haben.

Auch die weniger konstanten Windsysteme, Zyklonen und Antizyklonen, können sich anscheinend längere Zeit thermisch und dynamisch stationär halten. Sind nun diese Gebilde thermodynamisch in sich geschlossene Systeme und nicht lediglich dynamisch getriebene Nebenzyklen zu den großen atmosphärischen Zirkulationsbewegungen, wird man wieder zwingend zu dem Resultat geführt, daß hohe Kältequellen mitwirken müssen. Wir müßten dann auch mit der Möglichkeit vorübergehend auftretender und vielleicht wandernder Kältequellen in den hohen Schichten rechnen.

Unter den allgemeinsten dynamischen Bedingungen komplizieren sich die Verhältnisse außerordentlich. Dabei kommen auch, wie wir gesehen haben, die zeitlichen Temperaturänderungen der Wärme- und der Kältequellen, unabhängig von den Höhenunterschieden, als Faktoren von entscheidender Bedeutung in Betracht. Mit Wärme- und Kältequellen periodisch wechselnder Temperatur kann man periodisch wechselnde Zirkulationen, entsprechend beispielsweise dem Land- und Seewinde, erzeugen, selbst in dem Grenzfalle, wenn die Quellen keine Ausdehnung in vertikaler Richtung haben und außerdem beide und daneben noch in demselben Niveau liegen. Dies haben wir schon an einem Beispiel gezeigt (7). Diese Wirkung der Temperaturänderung der Wärme- und Kältequellen dürfte sich auch bei den Monsunen zur Zeit der Monsunkenterung geltend machen, ganz abgesehen davon, daß sie im stationären Stadium ihre hochgelegenen Kältequellen nicht entbehren können.

Aus dem Vorhergehenden wird jedenfalls ersichtlich, daß die Erforschung der atmosphärischen und ozeanischen Wärme- und Kältequellen grundlegende Bedeutung für die dynamische Meteorologie und Hydrographie haben wird. In der Atmosphäre hat man dabei mit zweierlei Kältequellen zu tun, den geographisch gegebenen und den in der freien Atmosphäre vorhandenen. Am leichtesten zugänglich sind die ersteren, mit denen sich auch Sandström so erfolgreich beschäftigt hat. Die Erforschung der andern erfordert die Anwendung aerologischer Beobachtungsmethoden, und Gegenstand der Untersuchung wird hier nicht bloß die Lage und Ausdehnung, sondern auch zeitliche Änderungen, vorübergehendes Auftreten und Verschwinden, vielleicht Bewegung solcher Kältequellen sein.

Besonders wichtig wird die Frage von der relativen Bedeutung, die einerseits die freien atmosphärischen Kältequellen und andererseits die geographisch bestimmten Kältequellen für die Unterhaltung der atmosphärischen Zirkulationsbewegungen haben. Erst wenn hierüber bestimmtere Resultate vorliegen, wird man imstande sein, endgültig Stellung zu nehmen, zu den interessanten Gedanken, die Sandström über den Zusammenhang der geologischen Klimate mit den Gebirgsbildungen entwickelt hat.

Leipzig, Geophysikalisches Institut der Universität. Juli 1916.

(Eingegangen 13. Juli 1916.)

1) Ekholm, Anwendung des Carnotschen Satzes auf die Kreisläufe in der Atmosphäre. Meteorologische Zeitschrift 8, 366, 1891.

2) Wenger, Untersuchungen über die Mechanik und Thermodynamik der freien Atmosphäre im nordatlantischen Passatgebiet. Beiträge zur Physik der freien Atmosphäre. 3, 113, 1910.

Die Strahlung in einer Welle von elementarer Schwingungsform.

Von Karl Uller.

1. Innere Reflexion; Unstetigkeiten.

Bei den Versuchen, die Wellenbewegung in stetig inhomogenen Körpern der theoretischen Behandlung zu unterwerfen, entwickelte sich sozusagen von selbst die Schichtmethode, die

sich den Körper in unendlich dünne Schichten zerlegt denkt, in welch jeder der Körperparameter als konstant angesehen werden darf, und die in jeder Schicht die Welle wie in einem homogenen Körper nach bekanntem Rechenverfahren behandelt. Diese Vorstellung liefert in der Tat gekrümmte Bahnen, verlangt aber unweigerlich unendlich kleine, unendlich viele Unstetigkeiten der Wellengrößen, also eine „innere Reflexion". Es erhob sich die Frage, ob diese Folgerung aus den genannten zwei Annahmen auch der Wirklichkeit entspricht. Dabei scheint die theoretische Schwierigkeit, die darin besteht, daß mehrere voneinander ganz unabhängige Körperparameter auftreten können, und somit mehrere Schichtensysteme, die sich schneiden können, überhaupt nicht in den Gesichtskreis getreten zu sein. Zur Prüfung bot sich der — freilich schwierige — Weg über eine direkte Integration der Wellengleichungen für inhomogene Körper dar. Der erste Forscher, der diese Aufgabe in Angriff genommen hat, ist Herr Boussinesq[1]) gewesen, der einen langsam veränderlichen und reellen Körperparameter voraussetzt und sich auf ebene Schichtung beschränkt. Nach ihm hat Herr Seeliger[2]) für elektromagnetische Wellen als Ergebnis einer noch nicht veröffentlichten Rechnung bekannt gegeben, daß in einem durch den Brechungsindex charakterisierten Medium eine gewisse Größe sich als konstant im Strahl erweise, die er als die Lichtmenge im Querschnitt anspricht. Das Resultat scheint auf Grund von Vorstellungen und Sätzen der geometrischen Optik zustande gekommen zu sein mit Beischuß von gewissen Vernachlässigungen. Die Konstanz der Energieströmung in der fortschreitenden Welle, die beide Forscher gefunden hatten, sprach gegen eine innere Reflexion. Zu diesem Resultat kommt neuerdings auch Herr Gans[3]) unter Voraussetzung eines langsam veränderlichen und reellen Körperparameters und einer ebenen Schichtung; indessen hält es der Genannte nicht für ausgeschlossen, daß bei stärkerer räumlicher Veränderlichkeit doch noch innere Reflexion auftrete.

Aus den Grundgleichungen, wie ich sie jüngst in dieser Zeitschrift veröffentlicht habe[4]), ist nun ohne weiteres ersichtlich, daß — gleichgültig ob es sich um elastische, elektromagnetische oder Flüssigkeits-Wellen handelt und gleichgültig, welcher Art die Mitwirkung des Körpers sei — Wellenvektor und Wellennormalenpaar stetige Größen sind, solange die Körperparameter sowie ihre Gefälle stetige Ortsfunktionen sind. Von „innerer Reflexion", die doch bedingt wäre durch unendlich kleine Unstetigkeiten der genannten Wellengrößen, kann keine Rede sein, wie stark oder wie schwach auch die genannten Gefälle sich von Punkt zu Punkt stetig ändern mögen, solange nur die Gleichungen der zugrunde liegenden Theorie gültig sind. Diese sind allemal aus räumlicher Mittelwertsbildung hervorgegangen, versagen mithin, wenn wir die entsprechenden Vorgänge in Räumen untersuchen müssen, die intermolekulare Abmessungen haben. Mit dieser Herkunft hängt auch zusammen, daß die Wellenlänge groß sein muß gegen den mittleren Molekelabstand; und ferner, daß die genannten Gefälle nicht über alle Grenzen stark sein dürfen; im ersteren Falle kann man überhaupt nicht mehr von einer Reflexion in oder an einem im kleinen homogenen Körper reden.

„In der Natur gibt es keine Sprünge". So lautet ein kategorischer Satz, der sich auch in der Physik eingebürgert hat. Wenn dem so wäre, würden wir — vorausgesetzt, daß überhaupt Differentialgleichungen zur theoretischen Darstellung zulässig sind, — keine Wellenzurückwerfungen an Körperoberflächen beobachten können. Sprunglosigkeit der Körperparameter ergibt sich aus der physikalischen Herkunft der Grundgleichungen von selbst, Sprünge der Parametergefälle werden wir gerade auf Grund der Tatsache der Reflexion an Körperoberflächen gezwungen als in der Natur verwirklicht zu sehen. Dem widerspricht auch nicht der molekulare Unterbau der Grundgleichungen, der absichtlich in ihnen verwischt ist. Damit wird jetzt verständlich, weshalb Rayleigh[1]) und später Herr Schlick[2]) in ihren Rechnungen Reflexion an einer stetig inhomogenen Platte mit stetigem Übergang des Körperparameters erhalten haben. Sie ist keine innere, sondern lediglich Oberflächen-Reflexion, hervorgerufen durch den Sprung des Parametergefälles in den beiden Begrenzungsebenen, wobei noch anzumerken ist, daß nur der Sprung in der zweiten Begrenzungsebene die Ursache zahlloser hin- und herlaufender Wellen in der Platte ist.

Daß wir bei Oberflächen-Reflexion das Parametergefälle in unseren praktischen Rechnungen unendlich groß setzen, was die Annahme eines

1) J. Boussinesq, C. R. **129**, 794, 859, 1899.
2) H. Seeliger, diese Zeitschr. **5**, 237, 1904.
3) R. Gans, Ann. d. Phys. **47**, 709, 1915.
4) K. Uller, Grundlegung I; diese Zeitschr. **17**, 168, 1916; K. Uller, Wellen von elementarer Schwingungsform in Flüssigkeiten und Gasen. Ebenda **17**, 302, 1916.

1) Rayleigh, Proc. London Mathematical Soc. **11**, 51, 1880.
2) M. Schlick, Über die Reflexion in einer inhomogenen Schicht. Diss. Berlin 1904.

Sprunges des Parameters selbst zur Folge hat, ist ein rein mathematischer und fast ausschließlich erlaubter Schritt, diktiert vom Gesetze der Ökonomie. Dieser mathematische Grenzfall liefert also vereinfachte Formeln, welche stets die Stärke der zurückgeworfenen Welle etwas zu groß, die der gebrochenen Welle etwas zu klein angeben.

Nunmehr wird auch der Fehler der Schichtmethode sichtbar:

Sie setzt an jeder Schicht das Parametergefälle unendlich groß, in jeder Schicht gleich null — und geht dann zu unendlich kleinen Schichtdicken über.

Die Schichtmethode in der Wellentheorie ist also unhaltbar.

2. Die Strahlung in isotropen Körpern.

Die Strahlung in einer Welle ist, da sie stets eine Funktion des Wellenvektors und des Wellennormalenpaares ist, nach einem Satze des vorigen Abschnitts notwendig stetig in Gebieten, wo die Körperparameter und ihre Gefälle stetig sind.

Wir wenden uns jetzt zu den Beziehungen des Strahlvektors $\overline{\mathfrak{R}}$, der früher[1]) erläutert wurde, zu den eben genannten Wellengrößen.

Die mittlere Strahlung $\overline{\mathfrak{R}}$ in einem schwingenden elektromagnetischen Felde ist definiert durch $V[\overline{\mathfrak{E}}\overline{\mathfrak{M}}]$, wobei die Konstante $4\pi V$ die Ausbreitungsgeschwindigkeit im Vakuum sein soll. Mit Bezug auf die in der Grundlegung I § 4 unter C angegebenen elementaren Schwingungsform wird sonach

$$\overline{\mathfrak{R}} = V/4 \cdot e^{-2\nu'' t}\{[EM^*] + [E^*M]\}, \quad (1)$$

indem nach Ausführung der Multiplikation einfach die Glieder, die den Faktor $e^{i2\nu t}$ bzw. $e^{-i2\nu^* t}$ enthalten, gestrichen werden, da sie im Zeitmittel fortfallen, wenn wir wie immer die positive oder negative Dämpfung ν'' klein voraussetzen.

Für eine Welle geht (1) nach den am eben genannten Ort stehenden Feldgleichungen für isotrope Körper über in

$$\begin{aligned}\overline{\mathfrak{R}} = V/4 \cdot e^{-2(\nu'' t+\Phi'')}\{&(\mathfrak{m}\mathfrak{m}^*)(\mathfrak{w}_m/a_e + \mathfrak{w}_m^*/a_e^*) \\ &- \{(\mathfrak{m}^*,\mathfrak{w}_m/a_e)\mathfrak{m} + (\mathfrak{m},\mathfrak{w}_m^*/a_e^*)\mathfrak{m}^*\} \\ &+ i\{[\mathfrak{m},\mathrm{rot}\,\mathfrak{m}^*]/a_e - [\mathfrak{m}^*,\mathrm{rot}\,\mathfrak{m}]/a_e^*\}\}.\end{aligned} \quad (2)$$

Hierin ist die Divergenzlosigkeit der elektrischen Erregung zum Ausdruck gebracht, jedoch die der magnetischen nur gefordert. Diese ist aber erfüllt in der Identität

$$\begin{aligned}&[\mathfrak{w}_m/a_e - \mathfrak{w}_m^*/a_e^*, [\mathfrak{m}\mathfrak{m}^*]] = \\ &(\mathfrak{m}^*,\mathfrak{w}_m/a_e)\mathfrak{m} + (\mathfrak{m},\mathfrak{w}_m^*/a_e^*)\mathfrak{m}^* \\ &+ i\,\mathrm{div}(a_m\mathfrak{m})\cdot\mathfrak{m}^*/a^* - i\,\mathrm{div}(a_m^*\mathfrak{m}^*)\cdot\mathfrak{m}/a^*,\end{aligned} \quad (3)$$

so daß wir als Ausdruck für die Strahlung in einer elektromagnetischen Welle haben

$$\begin{aligned}\overline{\mathfrak{R}} = \frac{V}{4} e^{-2(\nu'' t+\Phi'')}\Big\{&(\mathfrak{m}\mathfrak{m}^*)\left(\frac{\mathfrak{w}_m}{a_e} + \frac{\mathfrak{w}_m^*}{a_e^*}\right) \\ &- \left[\frac{\mathfrak{w}_m}{a_e} - \frac{\mathfrak{w}_m^*}{a_e^*}, [\mathfrak{m}\mathfrak{m}^*]\right] \\ &+ i\left\{\left[\mathfrak{m}^*, \frac{\mathrm{rot}\,\mathfrak{m}}{a_e}\right] - \left[\mathfrak{m}, \frac{\mathrm{rot}\,\mathfrak{m}^*}{a_e^*}\right]\right\} \\ &+ i\left\{\frac{\mathrm{div}(a_m\mathfrak{m})}{a}\mathfrak{m}^* - \frac{\mathrm{div}(a_m^*\mathfrak{m}^*)}{a^*}\mathfrak{m}\right\}\Big\}.\end{aligned} \quad (4)$$

Wollen wir die elektrische Welle $(\mathfrak{e}; \mathfrak{w}_e)$ bevorzugen, so haben wir in (2), (3) und (4) einfach $\mathfrak{m}$ durch $\mathfrak{e}$ und $\mathfrak{w}_m$ durch $\mathfrak{w}_e$ zu ersetzen, sowie a_e durch a_m und a_m durch a_e.

Wenn $\mathfrak{w}$ das Wellennormalenpaar und damit $\mathfrak{m}$ der Wellenvektor sein soll, verschwindet in (4) das letzte Glied, wie wir sehen werden, indem $(\mathfrak{m}\mathfrak{w}) = 0 = -i\,\mathrm{div}(a_m\mathfrak{m})$ ist.

Ausgenommen der Fall, wo $\mathrm{rot}\,\mathfrak{m}$ verschwindet, ist die Strahlung nicht mit dem Wellennormalenpaar umkehrbar, auch dann nicht, wenn das magnetische oder das elektrische Feld strichpolarisiert ist.

Weiter lesen wir an (4) ab, daß die Richtung der Strahlung $\overline{\mathfrak{R}}$ und die der Isophasennormale $\mathfrak{w}' = \frac{1}{2}(\mathfrak{w} + \mathfrak{w}^*)$ auseinandergehen, und zwar sogar in einem homogenen und konservativen Körper.

Die Sätze von Fermat, Malus und Helmholtz haben also selbst in solchen Körpern keine allgemeine Gültigkeit.

Im allgemeinen existiert auch keine Hamiltonsche Funktion.

Ferner ist die Strahlung im allgemeinen nicht die Summe der Partialstrahlungen der geradlinig schwingenden Komponenten, in welche die elliptische Schwingung zerlegt gedacht werden kann.

Selbst in einem umkehrbaren Strahl fallen nur dann Strahlung und Isophasennormale zusammen, wenn der Körper konservativ ist und die Schwingung geradlinig.

Wegen Einzelheiten zur Strahlung in Planwellen sowie zur Strahlung im natürlichen Lichte sei auf meine Wellenstudie verwiesen[1]).

Den Betrag der in einer Volumeneinheit des Feldes durch die Eigenschaften des Körpers im Zeitmittel verlöschten Feldenergie mißt

1) K. Uller, Grundlegung usw. I, § 2, diese Zeitschr. 17, 168, 1916.

1) K. Uller, Eine Wellenstudie, Elster-Geitel-Festschrift 1915.

$$\operatorname{div}\overline{\mathfrak{R}} = -\frac{V}{2}\left\{\frac{a_e - a_e^*}{2i}(EE^*) + \frac{a_m - a_m^*}{2i}(MM^*)\right\} \tag{5}$$

wie wir direkt aus (1), die Grundgleichungen des Feldes hinzunehmend, finden.

Wir kennen nicht eine Absorption magnetischer Energie, infolgedessen müssen wir den magnetischen Erregungskoeffizienten μ reell nehmen, so daß $a_m'' = \mu\nu''/V$ und $a_m'' = \mu\nu''/V$ wird. Bei permanenten Schwingungen ($\nu'' = 0$) geht also die Verlöschung ausschließlich auf Kosten des elektrischen Feldes. Bei zeitlich ansteigenden Intensitäten der Schwingungen, was z. B. angenähert zutrifft, wenn diese auf eine Resonanz zuschreiten, ist ν'' somit auch a_m'' negativ, wirkt also das magnetische Feld einer Vermehrung der Energieumsetzung entgegen. Bei zeitlich abfallenden Intensitäten, also bei gedämpften oder von einer Resonanz abfallenden Schwingungen, ist ν'' mithin a_m'' positiv, wirkt also das magnetische Feld einer Verminderung der Energieumsetzung entgegen. In diesen Sätzen blickt die verallgemeinerte Lenzsche Regel durch.

Wir können den Wellenvektor $\mathfrak{m}$ stets auf die Form bringen

$$\mathfrak{m} = \chi\mathfrak{l} = \mathfrak{l}\cdot e^{\log\chi}. \tag{6}$$

Hierin soll bedeuten: $\mathfrak{l}$ einen (komplexen) Einheitsvektor und χ eine Ortsfunktion. Damit ist M auf die Form: $\mathfrak{m}_1 \cdot e^{i\Phi_1}$ gebracht mit $\mathfrak{m}_1 = \mathfrak{l}$ und $\Phi_1 = \Phi - i\log\chi$. Setzen wir jetzt $\mathfrak{w} + i\operatorname{grad}\log\chi = \mathfrak{u}$, so können wir den Ausdruck (4) für die Strahlung, der gilt, was man auch unter $\mathfrak{m}$ und Φ verstehen mag, auch schreiben:

$$\begin{aligned}\overline{\mathfrak{R}} = \frac{V}{4}e^{-2(\nu''t+\Phi'')}\cdot\chi\chi^* \times \\ \left\{2\left(\frac{\mathfrak{u}_m}{a_e} + \frac{\mathfrak{u}_m^*}{a_e^*}\right) - \left[\frac{\mathfrak{u}_m}{a_e} - \frac{\mathfrak{u}_m^*}{a_e^*}, [\mathfrak{l}\mathfrak{l}]^*\right]\right. \\ + i\{[[^*, \operatorname{rot}\mathfrak{l}]/a_e - [\mathfrak{l}, \operatorname{rot}\mathfrak{l}^*]/a_e^*\} \\ \left. + i\left\{\frac{\operatorname{div}(a_m\mathfrak{l})}{a}\mathfrak{l}^* - \frac{\operatorname{div}(a_m^*\mathfrak{l}^*)}{a^*}\mathfrak{l}\right\}\right.\end{aligned} \tag{7}$$

Wegen $\operatorname{div}(a_m M) = 0$ können wir statt $\operatorname{div}(a_m\mathfrak{l})$ auch $i a_m(\mathfrak{u}\mathfrak{l})$ einführen, es sei aber ausdrücklich bemerkt, daß $\mathfrak{u}$ nicht als Wellennormalenpaar angesprochen werden kann, daß also $(\mathfrak{u}\mathfrak{l})$ keineswegs im allgemeinen verschwindet. Bei nicht sehr starker Krümmung der Feldlinien ist die Strahlung im wesentlichen durch die beiden ersten Glieder in (7) bestimmt; in dieser Form findet (7) Anwendung bei Darstellung der umkehrbaren Strahlung in inhomogenen Körpern.

Die Komponente der elastischen Strahlung $\mathfrak{R}$ nach der Richtung $\mathfrak{n}$ ist gegeben durch

$$\mathfrak{R}_n = -(\mathfrak{T}\dot{\mathfrak{S}}), \tag{8}$$

worin $\mathfrak{S}$ die Verrückung und $\mathfrak{T}$ die Spannung mißt. Nun ist die Spannung in einer Welle von der Form:

$$\mathfrak{T} = \tfrac{1}{2}\cdot\{\mathfrak{t}\cdot e^{i\Phi}\cdot e^{i\nu t} + \mathfrak{t}^*\cdot e^{-i\Phi^*}\cdot e^{-i\nu^* t}\},$$

so daß das Zeitmittel der genannten Strahlungskomponente in einer elastischen Scherungswelle

$$\mathfrak{S}_g = \tfrac{1}{2}\cdot\{\mathfrak{f}\cdot e^{i\Phi}\cdot e^{i\nu t} + \mathfrak{f}^*\cdot e^{-i\Phi^*}\cdot e^{-i\nu^* t}\}$$ ist:

$$\overline{\mathfrak{R}}_{gn} = e^{i(\nu-\nu^*)t}\cdot e^{i(\Phi-\Phi^*)}\,1/4\,i\cdot\{\nu(\mathfrak{t}_g{}^*\mathfrak{f}) - \nu^*(\mathfrak{t}_g\mathfrak{f}^*)\}, \tag{9}$$

und in einer elastischen Verdünnungswelle

$$\mathfrak{S}_v = \tfrac{1}{2}\cdot\{\mathfrak{s}\cdot e^{i\Phi}\cdot e^{i\nu t} + \mathfrak{s}^*\cdot e^{-i\Phi^*}\cdot e^{-i\nu^* t}\}$$

lautet:

$$\overline{\mathfrak{R}}_{vn} = e^{i(\nu-\nu^*)t}\cdot e^{i(\Phi-\Phi^*)}\cdot 1/4\,i\cdot\{\nu(\mathfrak{t}_v{}^*\mathfrak{s}) - \nu^*(\mathfrak{t}_v\mathfrak{s}^*)\}. \tag{10}$$

Dem § 4 der oben genannten Grundlegung I entnehmen wir unter B

$$\mathfrak{t}_g = \varepsilon_g\{-i(\mathfrak{n}\mathfrak{f})\mathfrak{w} - i(\mathfrak{n}\mathfrak{w})\mathfrak{f} + [\mathfrak{n}\operatorname{rot}\mathfrak{f}] + 2(\mathfrak{n}\Gamma)\mathfrak{f}\} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}\mathfrak{t}_v = \sigma\{-i\{\mathfrak{w}^2 - i\operatorname{div}\mathfrak{w}\}(\varepsilon_v - {}^2/_3\varepsilon_g)\mathfrak{n} \\ + 2\varepsilon_g\{(\mathfrak{n}\Gamma)\mathfrak{w} - i(\mathfrak{n}\mathfrak{w})\mathfrak{w}\}\},\end{aligned} \tag{12}$$

worin Gebrauch gemacht ist von der früher[1]) bewiesenen Beziehung $\mathfrak{s} = \sigma\cdot\mathfrak{w}$, wenn σ eine Konstante bezeichnet. Damit erhalten wir für die Strahlung in einer elastischen Scherungswelle:

$$\begin{aligned}\overline{\mathfrak{R}} = e^{-2(\nu''t+\Phi'')}\cdot\varepsilon_g{}^2/4\cdot\{(\mathfrak{f}\mathfrak{f}^*)\{\nu^*\mathfrak{w} + \nu\mathfrak{w}^*\} \\ + [\nu^*\mathfrak{w} - \nu\mathfrak{w}^*, [\mathfrak{f}\mathfrak{f}^*]] + i\{\nu^*[\mathfrak{f}^*\operatorname{rot}\mathfrak{f}] - \nu[\mathfrak{f}\operatorname{rot}\mathfrak{f}^*]\} \\ + 2i\{\nu^*(\mathfrak{f}^*\Gamma)\mathfrak{f} - \nu(\mathfrak{f}\Gamma)\mathfrak{f}^*\} \\ + \{\nu(\mathfrak{w}^*\mathfrak{f}^*)\mathfrak{f} + \nu^*(\mathfrak{w}\mathfrak{f})\mathfrak{f}^*\}\},\end{aligned} \tag{13}$$

wenn wir die Identität

$$\nu^*(\mathfrak{f}^*\mathfrak{w})\mathfrak{f} + \nu(\mathfrak{f}\mathfrak{w}^*)\mathfrak{f}^* = [\nu^*\mathfrak{w} - \nu\mathfrak{w}^*, [\mathfrak{f}\mathfrak{f}^*]] + \nu(\mathfrak{f}^*\mathfrak{w}^*)\mathfrak{f} + \nu^*(\mathfrak{f}\mathfrak{w})\mathfrak{f}^*$$

einführen. Durch Umformung des vorletzten Gliedes in (13) geht dieser Ausdruck über in

$$\begin{aligned}\overline{\mathfrak{R}} = e^{-2(\nu''t+\Phi'')}\cdot\varepsilon_g{}^2/4\cdot\{(\mathfrak{f}\mathfrak{f}^*)\{\nu^*\mathfrak{w} + \nu\mathfrak{w}^*\} \\ + [\nu^*\mathfrak{w} - \nu\mathfrak{w}^*, [\mathfrak{f}\mathfrak{f}^*]] + i\{\nu[\mathfrak{f}^*, \operatorname{rot}\mathfrak{f}] - \nu^*[\mathfrak{f}, \operatorname{rot}\mathfrak{f}^*]\} \\ - i(\nu - \nu^*)\operatorname{grad}(\mathfrak{f}\mathfrak{f}^*) + i(\nu + \nu^*)\operatorname{rot}[\mathfrak{f}\mathfrak{f}^*] \\ + i\{\nu\operatorname{div}\mathfrak{f}\cdot\mathfrak{f}^* - \nu^*\operatorname{div}\mathfrak{f}^*, \mathfrak{f}\}\}.\end{aligned} \tag{14}$$

Wenn $\mathfrak{w}$ das Wellennormalenpaar und $\mathfrak{f}$ der Wellenvektor sein soll, verschwindet in diesem sechsgliedrigen Ausdruck das letzte Glied, indem $(\mathfrak{f}\mathfrak{w}) = 0 = -i\operatorname{div}\mathfrak{f}$ ist.

Selbst bei schwach gekrümmten Feldlinien, in welchem Fall nur die zwei ersten Glieder wesentlich sind, unterscheidet sich die Strahlung elastischer Scherungswellen im Bau von der Strahlung elektromagnetischer Wellen, indem das zweite Glied in (14) das entgegengesetzte Vorzeichen hat wie das entsprechende unter (4). Im übrigen

1) K. Uller, Wellen von elementarer Schwingungsform in Flüssigkeiten und Gasen, diese Zeitschr. 17, 302, 1916.

wäre zu dem Ausdruck (14) ähnliches zu sagen wie oben zur elektromagnetischen Strahlung.

Für die Strahlung in einer elastischen Verdünnungswelle kommt aus (10) mit Benutzung von (12)

$$\begin{aligned}\overline{\mathfrak{R}} = e^{-2(\nu'' t + \psi'')} \cdot \mathfrak{G}\mathfrak{G}^* / 4 \cdot \{ & 2\varepsilon_g (\mathfrak{w}\mathfrak{w}^*)\{\mathfrak{v}^*\mathfrak{w} + \mathfrak{v}\mathfrak{w}^*\} \\ & + (\varepsilon_v - {}^2/_3 \varepsilon_g)\{(\mathfrak{w}^{*2} - i\,\mathrm{div}\,\mathfrak{w}^*)\mathfrak{v}\mathfrak{w} \\ & + (\mathfrak{w}^2 + i\,\mathrm{div}\,\mathfrak{w})\mathfrak{v}^*\mathfrak{w}^*\} \\ & - i\,2\varepsilon_g\{\mathfrak{v}(\mathfrak{w}\nabla)\mathfrak{w}^* - \mathfrak{v}^*(\mathfrak{w}^*\nabla)\mathfrak{w}\}\}.\end{aligned}$$

Diesen dreigliedrigen Ausdruck können wir im letzten Glied noch umformen, so daß schließlich ist

$$\begin{aligned}\overline{\mathfrak{R}} = e^{-(2\nu'' t + \psi'')} \cdot \mathfrak{G}\mathfrak{G}^* / 4 \cdot \{ & 2\varepsilon_g (\mathfrak{w}\mathfrak{w}^*)\{\mathfrak{v}^*\mathfrak{w} + \mathfrak{v}\mathfrak{w}^*\} \\ & + (\varepsilon_v - {}^2/_3 \varepsilon_g)\{(\mathfrak{w}^{*2} - i\,\mathrm{div}\,\mathfrak{w}^*)\mathfrak{v}\mathfrak{w} \\ & + (\mathfrak{w}^2 + i\,\mathrm{div}\,\mathfrak{w})\mathfrak{v}^*\mathfrak{w}^*\} \\ & - 2\varepsilon_g(\mathfrak{v} + \mathfrak{v}^*) i\{\mathrm{div}\,\mathfrak{w}^* \cdot \mathfrak{w} - \mathrm{div}\,\mathfrak{w} \cdot \mathfrak{w}^*\} \\ & + 2\varepsilon_g(\mathfrak{v} + \mathfrak{v}^*) i\,\mathrm{rot}[\mathfrak{w}\mathfrak{w}^*] - 2\varepsilon_g i(\mathfrak{v} - \mathfrak{v}^*)\,\mathrm{grad}(\mathfrak{w}\mathfrak{w}^*)\}\end{aligned} \qquad (15)$$

In homogenen Körpern ist $\mathfrak{w}^2 + i\,\mathrm{div}\,\mathfrak{w}$ gleich der Wellencharakteristik $a = \nu^2 D/(\varepsilon_v + {}^4/_3 \varepsilon_g)$ zu setzen.

Die Strahlung liegt, wenn wir von dem letzten Glied absehen, das bei permanenten Schwingungen verschwindet, in der Ebene des Wellennormalenpaares, falls $([\mathfrak{w}\mathfrak{w}^*], \mathrm{rot}[\mathfrak{w}\mathfrak{w}^*]) = 0$ ist, und fällt nur in besonderen Fällen mit der Isophasennormale zusammen.

In früheren Veröffentlichungen habe ich dargetan, daß der Brechungsexponent nur in konservativen Körpern verwendbar sei. Beim Beweise setzte ich Planwellen in homogenen Körpern voraus, und zeigte, daß in wellenlöschenden Körpern nur in ganz besonderen Fällen eine Größe, die man Brechungsexponenten nennen mag, Konstante in einem Brechungsgesetz sein kann. Jetzt komme ich von allgemeinstem Gesichtspunkt auf die Sache zurück. Da im allgemeinen schon in konservativen und homogenen Körpern eine Isodynamennormale auftritt und infolgedessen auch eine Strahlabweichung von der Isophasennormale, (falls nicht gerade die Welle strichpolarisiert ist), da außerdem im allgemeinen die Strahlrichtung vom Polarisationszustand der Welle abhängt, so kann von einer Beherrschung der Brechungsverhältnisse durch einen Brechungsexponenten keine Rede sein. Der oben erwähnte Gültigkeitsbezirk des Brechungsexponenten ist also noch enger zu ziehen, indem ein Brechungsexponent nur insofern in konservativen und homogenen Körpern die Brechung beherrscht als die Wellen umkehrbar angesehen werden können, oder was dasselbe besagt, Planwellen sind.

Gießen, Anfang Juli 1916.

(Eingegangen 10. Juli 1916.)

Über die Gleichrichterwirkung des Siliziums und seine Stellung in der thermoelektrischen Spannungsreihe.

Von Franz Fischer und Ernst Baerwind.

In Band 14, S. 439 ff. (1913) dieser Zeitschrift berichteten wir und Richard Lepsius über den charakteristischen Unterschied verschiedener technisch höchstprozentiger Siliziumsorten in ihrem thermoelektrischen Verhalten. Über die Fortsetzung dieser Arbeit, die sich hauptsächlich auf chemisch-analytischem und synthetischem Gebiet bewegte, berichten wir in der „Zeitschrift für anorganische Chemie“[1]). Hier aber sei das eigenartige Verhalten geschildert, welches die thermoelektrisch verschiedenen Siliziumsorten als Gleichrichter zeigen.

Durch ein Gespräch mit Herrn Prof. O. von Baeyer wurden wir veranlaßt, die vorhandenen Siliziumsorten auf ihre Wirkung als Gleichrichter hin zu untersuchen.

Als Gleichrichterwirkung bezeichnet man die Erscheinung, daß eine Kombination zweier verschiedener Substanzen den elektrischen Strom in der einen Richtung besser leitet als in der anderen; im allgemeinen ist es für die Gleichrichterwirkung wesentlich, daß die beiden Substanzen sich an der Kontaktstelle nur locker berühren. Als solche Kombinationen sind bekannt: Metall-Braunstein, Metall-Kupferkies, Metall-Kupferglanz, Metall-Tellur und andere mehr. Auch von Silizium weiß man, daß es in Kombination mit irgendeinem der typischen Metalle als Gleichrichter wirkt.

Legt man an die Enden einer dieser gleichrichtenden Kombinationen eine Wechselstromspannung, so zeigt ein in die Leitung eingeschaltetes Galvanometer einen Gleichstrom an. Schickt man einen Gleichstrom durch die Kombination, so zeigt das Galvanometer bei gleicher angelegter Spannung eine verschieden hohe Stromstärke an, je nach der Richtung, in der man den Strom durchsendet. Wir stellten nur mit Gleichstrom Versuche an.

Die Kontaktstelle wurde gebildet, indem ein 0,3 mm dicker Golddraht, der in einem Feilkloben eingespannt war, gegen das ebenfalls in einem Feilkloben eingespannte Siliziumstück gepreßt wurde. Dieser elastische Kontakt erwies sich als genügend konstant, falls den Arbeitstisch keine allzu starken Erschütterungen trafen. Die Schaltung der Gleichstromquelle, des Gleichrichters und der Meßapparate geht aus der Fig. 1 hervor. Der Widerstandskasten W, der im Nebenschluß zu dem Galvanometer

1) Vgl. auch Baerwind, Diss. Technische Studien Heft 9 Verlag von Gerhard Stalling, Berlin u. Oldenburg.

liegt, gestattet es, die Empfindlichkeit des Galvanometers herabzusetzen.

Es zeigte sich nun, daß die technischen Siliziumsorten, die sich thermoelektrisch scharf voneinander unterscheiden, auch in ihrer Gleichrichterwirkung voneinander verschieden sind. Die Gleichrichterkombinationen mit thermoelektrisch positiven Siliziumsorten leiten besser, wenn der Strom vom Silizium zum Gold fließt, als bei umgekehrter Stromrichtung. Die Gleichrichter mit thermoelektrisch negativen Sorten verhalten sich entgegengesetzt; sie leiten besser, wenn der Strom vom Gold zum Silizium fließt. Der stärkere Gleichstrom, bzw. der gleichgerichtete Wechselstrom fließt also gerade entgegengesetzt dem Thermostrom, der entstehen würde, wenn man die Kontaktstelle erhitzte[1]).

Die Stärke der Gleichrichterwirkung hängt außer vom Material auch von der Stromstärke

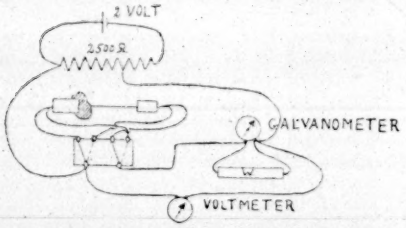

Fig. 1.

ab. Der stärkste Gleichrichtereffekt, der beobachtet wurde, war 28 : 1, d. h. das Galvanometer zeigte in der einen Richtung einen 28fach größeren Strom an als in der anderen. Diese Gleichrichterwirkung ist bedeutend größer als die von Austin (l. c.) angegebene Gleichrichterwirkung an der Silizium-Stahl-Kombination. Im allgemeinen wird die Gleichrichterwirkung mit der Zunahme der Stromstärke größer. Als Beispiel hierfür seien zwei Reihen von Messungen gegeben, die in der in Fig. 1 angegebenen Weise vorgenommen wurden. Zur ersten Reihe diente das thermoelektrisch positive Silizium von Deutsch-Matrei.

1) Diese Tatsache hatte übrigens Austin schon einmal an der Kombination Silizium-Stahl beobachtet (Austin, Bulletin of the Bureau of Standards 5, 1908, Nr. 1). Austin benutzte bei seinen Versuchen offenbar nur eine Siliziumsorte, und zwar eine nicht vollkommen homogene. Denn er schreibt, daß in seinem Silizium-Stahl-Gleichrichter der stärkere Gleichstrom vom Stahl zum Silizium floß, daß dagegen „curiously enough" eine Probe vom selben Stück umgekehrte Gleichrichterwirkung und „still more curiously" auch eine der normalen Richtung entgegengesetzte Thermokraft zeigte.

Tabelle I.

Angelegte Spannung	Ausschlag des Galvanometers bei der Stromrichtung a) vom *Au* zum *Si*	b) vom *Si* zum *Au*	Ohm im Nebenschluß z. Galvanometer	Stromstärke in 10^{-6} Amp. a	b	Ausschlag b / Ausschlag a
0,14	2	3,5		5,4	9,4	1,8
0,28	4,1	12,0		10,9	32,2	2,9
0,42	2,2	9,8	190	17,5	77,7	4,5
0,56	2,6	15,1	150	24,3	141	5,8
0,70	1,5	10,2	50	34,0	231	6,8
0,84	0,9	6,8	20	47,4	358	7,6
0,98	1,2	9,5	20	63,2	499	7,9
1,12	1,4	13,0	20	73,8	685	9,3
2,0	1,0	12,1	5	203	2450	12,1

Der zweiten Meßreihe wurde das thermoelektrisch negative Silizium von der Deutschen Gold- und Silberscheideanstalt zugrunde gelegt:

Tabelle II.

Angelegte Spannung	Ausschlag des Galvanometers bei der Stromrichtung a) vom *Au* zum *Si*	b) vom *Si* zum *Au*	Ohm im Nebenschluß z. Galvanometer	Stromstärke in 10^{-4} Amp. a	b	Ausschlag a / Ausschlag b
0,14	4,0	1,8	10	4,1	1,9	2,2
0,28	16,6	3,9	10	17,1	4,0	4,3
0,42	11,6	1,5	2	58,3	7,5	7,8
0,56	14,0	1,2	1	140	12,0	11,6
0,70	17,2	0,9	0,5	264	18,2	14,7
0,84	—	—	—	—	—	—
0,98	15,0	0,9	0,3	500	30,2	16,7
1,12	13,3	0,7	0,2	665	25,0	19,0
2,0	15,2	0,75	0,05	3040	150	20,3

Bei der positiven Siliziumsorte beobachtet man also größere Stromstärken, wenn der Strom vom Silizium zum Golde fließt; bei dem negativen Silizium ist die Stromstärke größer, wenn der Strom vom Gold zum Silizium fließt. Ferner zeigen diese beiden Tabellen, wie die Gleichrichterwirkung bei beiden Siliziumsorten mit wachsender Stromstärke zunimmt, und zwar bei der negativen Sorte noch stärker als bei der positiven.

Bei den thermoelektrisch einheitlichen Sorten war auch durchweg die Gleichrichterwirkung eindeutig in der entsprechenden Richtung. Die Sorten dagegen, die thermoelektrisch zwar im allgemeinen positiv oder negativ waren, aber ab und zu auch einen entgegengesetzten Wert zeigten, gaben auch als Gleichrichter neben dem normalen Effekt bisweilen einen umgekehrten. Es mußte nun, auch im Hinblick auf die schon von Austin einmal beobachtete Ausnahme, als sehr interessant erscheinen, zu untersuchen, ob wirklich ein regelmäßiger Zusammenhang zwischen Thermokraft und Gleichrichterwirkung

bei allen Siliziumsorten vorlag. Hierzu war es notwendig, die Bestimmung der Thermokraft und die der Gleichrichterwirkung in der gleichen Apparatur an denselben Berührungsstellen vorzunehmen.

Das zu untersuchende Siliziumstück wurde in einen Feilkloben fest eingespannt und der 1,2 mm dicke Platindraht, der am unteren Ende zu einer Spitze ausgehämmert war, von oben auf das Silizium herabgelassen. Der Platindraht war durch eine Bohrung in einem Eisenstück geführt, wodurch der Draht festen Halt bekam, aber ohne in seiner Ausdehnung beim Erwärmen gehindert zu sein. Von dem oberen Ende des Platindrahts führte eine leicht bewegliche Drahtverbindung zu dem feststehenden Teil der Apparatur. Diese wird durch Fig. 2 dargestellt. Die

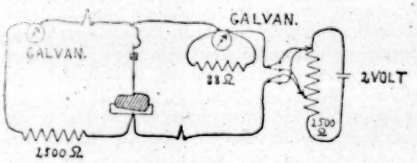

Fig. 2.

beiden Ausschalter ermöglichten es, ohne die gesamte Anordnung zu erschüttern, den rechten oder den linken Stromkreis einzuschalten. Der rechte Stromkreis diente zur Messung der Gleichrichterwirkung, der linke zur Messung der Thermokraft. Die Erwärmung der Kontaktstelle Platin-Silizium wurde mit Hilfe einer kleinen Flamme und eines Lötrohrs vorgenommen. Dadurch konnte man die Erhitzung gerade auf die Berührungsstelle von Platindraht und Siliziumstück richten, ohne die gesamte Anordnung sehr zu erwärmen. Wurde jetzt nach der Bestimmung der Thermokraft die Gleichrichterwirkung zum zweitenmal gemessen, so ergab sich regelmäßig der auch zuerst erhaltene Wert. Die Berührungsstelle war also trotz der Erwärmung mit der Stichflamme die gleiche geblieben.

Bei einer sehr großen Zahl von Messungen, die jetzt an fast allen vorhandenen Siliziumsorten vorgenommen wurden, zeigte sich nun klar die Parallelität zwischen Thermokraft und Gleichrichterwirkung. Hatten die Messungen an den homogenen Sorten diesen Zusammenhang schon in der Anordnung von Fig. 1 erkennen lassen, so war er hier nun besonders auffallend bei den Sorten, die sowohl positiven wie negativen Wert der Thermokraft gaben. Der positiven Thermokraft entsprach regelmäßig ein stärkerer Gleichstrom in der Richtung vom Silizium zum Gold, der negativen Thermokraft ein stärkerer Gleichstrom in der umgekehrten Richtung. Es sei noch besonders erwähnt, daß auch alle die Siliziumproben, die bei den später beschriebenen Umwandlungsversuchen erhalten worden waren und die ja häufig neben den regelmäßigen Werten der Thermokraft noch einige entgegengesetzte aufwiesen, in dieser Apparatur auf den Zusammenhang zwischen Thermokraft und Gleichrichterwirkung hin untersucht wurden; sie zeigten durchweg die beschriebene Parallelität.

In zwei Fällen unter allen Versuchen nur entsprach bei der Untersuchung eines ganz besonders inhomogenen Stückes einer Gleichrichterwirkung nicht die normale Thermokraft, sondern es war eine, allerdings ganz geringe, Thermokraft im entgegengesetzten Sinne zu beobachten. Diese Ausnahme ist wohl darauf zurückzuführen, daß die Platinspitze noch nicht fein genug war für dieses ganz besonders inhomogene Material, und daß sie in diesen beiden Fällen sowohl mit positivem wie negativem Silizium zu gleicher Zeit in Berührung war. — Die weit überwiegende Überzahl aller anderen Versuche jedoch zeigte deutlich die Parallelität zwischen Gleichrichterwirkung und Thermokraft.

Die Erscheinung der Gleichrichterwirkung ist noch in keiner Weise erklärt.

Man könnte meinen, daß die beobachtete Gleichrichterwirkung gar nichts mit der inneren Zusammensetzung des Siliziums, von der ja die Thermokraft jedenfalls abhängt, zu tun habe, sondern als reine Oberflächenerscheinung nur von der Art des Kontakts bedingt sei. Es könnte die Gleichrichterwirkung z. B. auf einer der Siliziumoberfläche anhaftenden Feuchtigkeitsschicht beruhen und die Gegensätzlichkeit der Gleichrichterwirkung bei den beiden Siliziumarten durch ein verschiedenes Polarisationspotential beider Sorten zu erklären sein. Es wurde nun eine Reihe von Versuchen unternommen, um diese Möglichkeit bei einer absichtlich hergestellten Flüssigkeitsschicht an der Oberfläche des Siliziums zu prüfen. Zwischen Siliziumstück und Golddraht wurde ein Tropfen Wasser, dem auf 100 ccm ein Tropfen Schwefelsäure zugesetzt war, gebracht. Es war dann stets eine Gleichrichterwirkung infolge der Polarisation zu beobachten, aber diese Gleichrichterwirkung lag stets in der gleichen Richtung, einerlei, welche Siliziumsorte (oder auch höherprozentige Ferrosiliziumsorte) benutzt wurde. Sobald der Golddraht aber die Flüssigkeitsschicht durchbrach und mit dem Siliziumstück in direkte Berührung kam, zeigte die Gleichrichterwirkung wieder den typischen Unterschied zwischen positivem und negativem Silizium. Dieser beruht also sicher nicht auf einer Polarisations-

erscheinung in einer der Siliziumoberfläche anhaftenden Feuchtigkeitsschicht.

Die Thermokraft hat man zwar zur Erklärung der Gleichrichterwirkung schon herangezogen. So hat Tissot[1]) für einige Substanzen einen Zusammenhang zwischen Thermokraft und Gleichrichterwirkung in der Weise behauptet, daß der durch die Joulesche Erwärmung der Berührungsstelle von Silizium und Metalldraht entstehende Thermostrom sich in der einen Richtung zu dem durch den Gleichrichter gesandten Strom addiert, in der anderen Richtung dem primären Strom entgegenwirkt und ihn so vermindert. Für Silizium aber gilt diese Erklärung sicher nicht, denn bei beiden Sorten fließt der stärkere Gleichstrom gerade dem Strom, den die Thermokraft hervorrufen würde, entgegen. Tissot nennt auch Silizium nicht unter den Substanzen, für die dieser Zusammenhang zwischen Thermokraft und Gleichrichterwirkung besteht; und ebenso rechnet C. W. Pierce[2]) Silizium zu den Substanzen, bei denen eine Erklärung der Gleichrichterwirkung durch einen thermoelekrischen Effekt nicht möglich sei.

Ohne nun aus diesen Versuchen eine Theorie über den Zusammenhang zwischen Gleichrichterwirkung und Thermokraft oder Peltiereffekt aufstellen zu wollen, möchten wir nur der Meinung Pierces entgegentreten, daß ein Zusammenhang zwischen Thermokraft und Gleichrichterwirkung beim Silizium unwahrscheinlich sei. Die deutliche Parallelität zwischen beiden Erscheinungen geht aus den angeführten Versuchen klar hervor, wenn wir auch zurzeit über ihren ursächlichen Zusammenhang nur Vermutungen haben können.

1) Zenneck, Lehrbuch der drahtlosen Telegraphie. 2. Aufl. Stuttgart 1913, S 324 ff.
2) Zenneck, Elektromagnetische Schwingungen. 1905, S. 774 ff.

Charlottenburg, Elektrochemisches Laboratorium der Techn. Hochschule.

(Eingegangen 8. Juli 1916.)

Über die Brownsche Bewegung elektrisch geladener Teilchen in Gasen.

Von A. Schidlof und A. Targonski.

Mehrere in der letzten Zeit veröffentlichte Abhandlungen, namentlich die der Herren E. Schrödinger[1]) und M. v. Smoluchowski[2]), ferner der Herren D. Konstantinowsky[3]), H. Fletcher[1]) und F. Zerner[2]) führen uns zu der Annahme, daß dem im obigen Titel genannten Gegenstande von verschiedenen Seiten reges Interesse entgegengebracht wird. Einige der in den aufgezählten Arbeiten erwogenen Gesichtspunkte sind vorläufig als in experimentaler Hinsicht noch nicht geklärt zu betrachten. Da nun auch wir in einer vor einigen Monaten ausgeführten Untersuchung uns mit eben denselben Fragen beschäftigt haben, möchten wir auch an dieser Stelle unsere Ansichten äußern in der Hoffnung, daß ein kurzer zusammenfassender Bericht über unsere Versuchsergebnisse manchem vielleicht nicht unwillkommen sein dürfte.

I. Versuchsanordnung.

Bei unseren Beobachtungen der Brownschen Bewegung von Öltröpfchen, sowie von Zinn- und Kadmiumpartikeln in Luft bei Atmosphärendruck oder in verdünnter Luft sowie in einigen anderen Gasen haben wir im wesentlichen die gleiche Versuchsanordnung benützt wie bei früheren Experimenten, über welche hier schon berichtet worden ist[3]). Um die Dauer der Einzelbeobachtungen abzukürzen und gleichzeitig die Ausführung längerer Beobachtungsreihen zu erleichtern, haben wir meistens eine stärkere Objektivvergrößerung angewendet, während das bisher benützte Okular beibehalten wurde.

Da es zu diesem Zwecke nötig war, das Fernrohrobjektiv näher an den Kondensator heranzubringen als mit dem früher verwendeten Apparate möglich gewesen wäre, ließen wir einen kleineren Plattenkondensator anfertigen, der wie der frühere in einem luftdicht schließenden, gußeisernen Gehäuse untergebracht war. Die Stahlplatten des neuen Kondensators hatten einen Durchmesser von 5 cm und einen Abstand von genau 0,5 cm. Das Beleuchtungsobjektiv konnte bis 8 cm an den Kondensatormittelpunkt herangebracht werden, und das Beobachtungsobjektiv befand sich in einem Abstand von 7 cm. Da nun die Öffnungen des Kondensators die gleiche Größe hatten, aber besser ausgenutzt werden konnten, wie bei den früheren Versuchen, so wurde die mittlere Beobachtungsapertur von 0,05 auf 0,151 und die Beleuchtungsapertur von 0,1 auf 0,145 erhöht. Für das Produkt der beiden Aperturen ergibt sich ein Gewinn von:

$$\frac{0{,}141 \times 0{,}151}{0{,}1 \times 0{,}05} = 4{,}25.$$

1) E. Schrödinger, diese Zeitschr. **16**, 289, 1915.
2) v. Smoluchowski, diese Zeitschr. **16**, 318, 1915.
3) D. Konstantinowsky, diese Zeitschr. **16**, 369, 1915.

1) H. Fletcher, diese Zeitschr. **16**, 316, 1915.
2) F. Zerner, diese Zeitschr. **16**, 10, 1915; **17**, 165, 1916.
3) A. Schidlof und A. Karpowicz, diese Zeitschr. **16**, 42, 1915; A. Schidlof, diese Zeitschr. **16**, 372, 1915.

Wäre die von Siedentopf und Zsigmondy zur Berechnung der Sichtbarkeitsgrenze ultramikroskopischer Partikeln verwendete Formel[1]) auf unsere optische Anordnung anwendbar, so hätte man jetzt mindestens viermal kleinere Partikeln beobachten können wie vorher. Das war aber tatsächlich nicht der Fall; es wurden trotz Anwendung der verschiedensten Zerstäubungsmethoden niemals kleinere Teilchen beobachtet als in den früheren Versuchen. Dies bestätigt die schon früher aufgestellte und begründete Behauptung, daß die erwähnte Formel auf unsere optische Anordnung nicht anwendbar ist[2]).

Die Vergrößerung der Aperturen ist nichtsdestoweniger vorteilhaft, weil sie die Beobachtung der Partikeln erleichtert und die Ermüdung des Beobachters bei langen Serien verringert.

Die Öltröpfchen wurden mittels eines gläsernen Zerstäubers hergestellt.

Das Zinn wurde in einem eisernen Gefäß über den Schmelzpunkt erhitzt und dann in ähnlicher Weise, wie das Öl, meistens in einer Atmosphäre von gereinigtem (von Sauerstoff befreitem und getrocknetem) Stickstoff zerstäubt. Kadmiumpartikeln erhielten wir durch Kondensation von Kadmiumdämpfen gewöhnlich in einer Wasserstoffatmosphäre. Bei manchen Versuchen wurde dem Wasserstoff absichtlich eine gewisse Menge Luft beigefügt.

Einige Beobachtungen an Öltröpfchen wurden in verdünnter Luft bei einem Druck von 15 bis 70 mm ausgeführt.

II. Beobachtungsmethode.

Bekanntlich läßt sich die elementare Ladung der Gasionen durch Fall- und Steigversuche an geladenen Partikeln feststellen: Bezeichnet man mit $\overline{\lambda^2}$ das mittlere Verschiebungsquadrat in der Zeiteinheit, welches sich aus der Beobachtung der Brownschen Bewegung der Partikel ergibt, mit N die sogenannte Loschmidtsche Zahl, mit R die Gaskonstante, mit T die absolute Temperatur, so besteht zwischen diesen Größen und der „Beweglichkeit" B der Partikel die bekannte Einsteinsche Gleichung (1), während anderseits B mit der Fallgeschwindigkeit v_1 im Felde der Schwerkraft, mit der Steiggeschwindigkeit v_2 in einem elektrischen Felde von der Feldstärke F und mit der Gesamtladung ne der Partikel durch eine zweite Gleichung (2) verknüpft ist. Man hat also:

$$B = \frac{N}{2RT}\overline{\lambda^2} \qquad (1)$$

$$B = \frac{v_1 + v_2}{neF}. \qquad (2)$$

Die Elimination von B zwischen diesen zwei Gleichungen dürfte im allgemeinen allerdings bloß bei kugelförmigen Partikeln gestattet sein, weil bloß in diesem Falle die Fall- und Steigbeweglichkeit (Gleichung 2) von der Einstellung der Partikel zur Bewegungsrichtung unabhängig ist. Wir wollen aber vorläufig diese Bedingung als erfüllt ansehen und die beiden Gleichungen zur Berechnung der Ladung der Gasionen E benutzen.

Bedeutet e die sogenannte Elektronenladung — die Gesamtladung ist stets ein ganzes Vielfaches von e, und zwar ist bei unseren Versuchen n stets eine kleine Zahl — so ist:

$$E = Ne.$$

Somit ergibt sich aus (1) und (2)

$$E = \frac{2RT(v_1 + v_2)}{nF\overline{\lambda^2}}. \qquad (3)$$

Wie zuerst Herr E. Schrödinger[1]) in einwandsfreier Weise bewiesen hat, kann $\overline{\lambda^2}$ aus den Fall- und Steigversuchen mittels einer von E. Weiss[2]) angegebenen höchst einfachen Formel (4) berechnet werden. Prinzipiell kann man die Brownschen Schwankungen sowohl an den Fall- als auch an den Steigdauern beobachten, doch erleiden die letzteren immer elektrische Störungen[3]). Aus diesem Grunde haben wir ausschließlich die Schwankungen der Falldauern beobachtet.

Bezeichnet man mit t die in einer Einzelbeobachtung auftretende Falldauer, mit t_1 die mittlere Falldauer, mit L die Fallstrecke und mit m die Zahl der Einzelbeobachtungen, so gilt:

$$\overline{\lambda^2} = \frac{L^2}{mt_1^2}\sum_1^m \frac{(t - t_1)^2}{t}. \qquad (4)$$

Wir wollen nun auch in der Gleichung (3) v_1 und v_2 durch die Länge L und die mittlere Falldauer t_1 sowie die mittlere Steigdauer t_2 ersetzen, ferner an Stelle von F die Potentialdifferenz in Volt V und den Abstand der Kondensatorplatten d einführen. Man erhält so die Formel:

$$E = \frac{600RTdL}{nV\overline{\lambda^2}}\left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}\right) \qquad (5)$$

Nun ist der wahrscheinliche Fehler bei einer Bestimmung von λ^2 aus m Einzelbeobachtungen nach Herrn E. Schrödinger:

1) Siedentopf und Zsigmondy, Ann. d. Phys. **10**, 1, 1903.
2) A. Schidlof, l. c.

1) E. Schrödinger, l. c.
2) E. Weiss, Wien. Ber. CXX, IIa, 1021, 1911.
3) A. Targonski, Arch. d. sc. phys. et nat. (Genf) **41**, 181, 269, 357, 1916.

$$\frac{\sqrt{\Delta\lambda^2}}{\bar{\lambda}^2} = \sqrt{\frac{2}{m}}. \qquad (6)$$

Somit ist der Wert von E selbst bei einer großen Zahl von Bestimmungen mit einem relativ großen Fehler behaftet; beispielsweise ist der Fehler noch 1,4 Proz. für $m = 10000$. Dagegen kann man die mittleren Fall- und Steigdauern den „wahren" gleichsetzen, da der wahrscheinliche Fehler sich aus der (vereinfachten) Schrödingerschen Formel zu:

$$\frac{\Delta t_1}{t_1} = \sqrt{\frac{\bar{\lambda}^2}{L v_1 m}} \qquad (7)$$

ergibt, eine Größe die bei der hier erstrebten Annäherung praktisch gleich Null zu setzen ist, auch wenn die Zahl der Beobachtungen nicht sehr groß ist.

Abgesehen von der Bestimmung des Ladungsquantums E bezweckten wir bei dieser Untersuchung, uns einige Aufschlüsse über die Gestalt und die Größe der beobachteten ultramikroskopischen Partikeln zu verschaffen. Dabei bedienten wir uns einer ähnlichen Methode wie die Herren E. Meyer und W. Gerlach[1]). Da, wie frühere Versuche gezeigt hatten[2]), die Stokes-Cunninghamsche Formel auf Öltröpfchen anwendbar ist in der Form:

$$B = \frac{1 + \frac{0{,}87\,l}{a}}{6\pi\eta a}, \qquad (8)$$

wo a den Halbmesser des (kugelförmigen) Teilchens bedeutet, l die mittlere Weglänge der Gasmolekeln und η den Reibungskoeffizienten des Gases, so kann man die Gleichungen (2) und (8) zur Bestimmung der Elektronenladung e verwenden, weil man ja außerdem noch die Dichte σ der Partikel kennt und somit die Fallgleichung

$$mg = \frac{4\pi a^3 \sigma g}{3} = \frac{v_1}{B} \qquad (9)$$

zur Berechnung des Halbmessers a benutzen kann (m bedeutet die Masse der Partikel und g die Fallbeschleunigung).

Bei Öltröpfchen haben wir auf diese Weise stets Werte von e erhalten, die mit dem bekannten Millikanschen[3]) gut oder wenigstens ungefähr übereinstimmen, bei den Zinn- und Kadmiumpartikeln aber ergeben sich so ausnahmslos bedeutende Unterschreitungen des Elementarquantums der Ladung, sogenannte Subelektronen.

Nun sind aber unserer Meinung nach solche Subelektronen keine objektive Erscheinung, sondern kommen nur daher, daß entweder die Dichte der Partikel unrichtig angesetzt wird, oder aber daß ihre Gestalt nicht kugelförmig ist, in welchem letzteren Falle beide Gleichungen (8) und (9) ihre Bedeutung verlieren. Man kann aber doch diese Gleichungen dazu benutzen, um für Körperchen von unbekannter Form unter Annahme des Wertes

$$e = 4{,}774 \times 10^{-10}\ \text{E.S.E.}$$

der elementaren Ladung aus (2), (8) und (9) eine Größe σ zu berechnen, welche wir die „scheinbare" Dichte nennen wollen. Natürlich fällt so für Körper von gleicher Dichte aber von verschiedener Gestalt die „scheinbare" Dichte verschieden aus.

III. Die Elektronenladung nach Beobachtungen an Öltröpfchen.

Zunächst sollen nun die Werte der Elektronenladung e angegeben werden, die wir für die beobachteten Öltröpfchen mittels der Gleichungen (2), (8) und (9) berechnet haben. Außer der Protokollnummer und dem Werte von e ist für jede Partikel die mittlere Falldauer und der Halbmesser a angegeben. Bei den in verdünnter Luft ausgeführten Versuchen ist außerdem noch der Gasdruck p, bei welchem beobachtet wurde, beigefügt. Für die zu einer Gruppe vereinigten Beobachtungen war die Fallstrecke L stets die gleiche.

Öltropfen. Erste Gruppe.
$L = 0{,}285$ cm

Nr.	t_1 sec	$10^5 a$ cm	$10^{10} e$ E.S.E.	Nr.	t_1 sec	$10^5 a$ cm	$10^{10} e$ E.S.E.	Nr.	t_1 sec	$10^5 a$ cm	$10^{10} e$ E.S.E.
155	30,34	8,76	4,89	202	79,24	5,24	4,74	189	142,88	3,83	5,30(!)
153	42,94	7,41	4,63	158	81,13	5,20	4,96	195	159,22	3,59	5,04
152	44,22	7,20	5,10	194	86,24	4,31	4,76	167	174,00	3,43	4,90
165	53,34	6,50	4,71	200	100,94	4,61	5,68(!)	159	194,32	3,21	5,05
192	53,92	6,49	4,89	193	109,94	4,41	4,61	198	218,38	3,22	5,43(!)
161	61,36	6,05	4,64	160	119,26	4,23	4,81	197	224,60	3,02	5,64(!)
201	66,22	5,79	4,61	170	120,20	4,22	4,40	166	227,72	2,95	4,55
199	74,32	5,45	4,81	203	123,10	4,15	5,39(!)	184	461,80	1,96	5,42(!)
168	78,80	5,28	5,14	188	138,38	3,89	5,15	191	514,60	1,84	4,94

1) E. Meyer und W. Gerlach, Elster und Geitel-Festschrift 1915. — 2) A. Schidlof und J. Murzynowska, C. R. **156**, 304, 1913. — 3) R. A. Millikan, Phys. Rev. **2**, 109, 1913.

Öltropfen. Zweite Gruppe.
$L = 0{,}05075$ cm

Nr.	t_1 sec	$10^5 a$ cm	$10^{10} e$ E.S.E.	Nr.	t_1 sec	$10^5 a$ cm	$10^{10} e$ E.S.E.	Nr.	t_1 sec	$10^5 a$ cm	$10^{10} e$ E.S.E.
211	7,87	7,19	4,74	215	16,48	4,84	4,56	206	24,67	3,87	4,63
212	10,90	6,01	5,53 (!)	218	17,10	4,75	4,66	217	29,80	3,51	4,78
205	14,14	5,23	4,84	213	18,35	4,57	4,81	207	48,62	2,66	4,66
216	15,60	5,00	4,58	214	19,83	4,37	4,65	208	71,63	2,13	5,72 (!)
210	15,64	4,97	4,71	209	23,49	4,00	4,58				

Öltropfen in verdünnter Luft.
$L = 0{,}1015$ cm

Nr.	t_1 sec	$10^5 a$ cm	$10^{10} e$ E.S.E.	p mm	Nr.	t_1 sec	$10^5 a$ cm	$10^{10} e$ E.S.E.	p mm
229	12,59	4,56	5,75 (!)	56	226	10,03	4,06	4,23	34
227	7,37	4,46	6,71 (!)	27	222	8,68	3,90	5,30	27
221	12,55	4,27	4,75	50	219	24,63	3,05	4,48	70
231	7,45	4,09	3,34 (!)	24	223	6,66	3,03	3,84 (!)	15

Wie diese Tabellen zeigen, erhält man für Tröpfchen von sehr verschiedener Größe, die unter mehrfach wechselnden Versuchsbedingungen beobachtet worden sind, ziemlich gut übereinstimmende Resultate. Auffallend sind einige besonders große Werte von e, auf die durch Ausrufszeichen aufmerksam gemacht wird. Im allgemeinen sind es besonders sehr kleine Tröpfchen, bei welchen sich diese Anomalie zeigt. Trotzdem wir bemüht waren, das Einbringen von Staub in den Kondensator zu vermeiden, ist es doch möglich und sogar wahrscheinlich, daß von Zeit zu Zeit ein mit Öl mehr oder minder benetztes Staubkörnchen an Stelle eines Öltropfens beobachtet worden ist. Solche Irrtümer sind bei der zur Erzeugung und Beobachtung der Tröpfchen verwendeten Methode, namentlich wenn man hauptsächlich ganz kleine Partikeln beobachten will, unvermeidlich.

Auf eine andere Ursache sind die Unstimmigkeiten bei den in verdünnter Luft ausgeführten Versuchen zurückzuführen. Natürlich können auch unter diesen Bedingungen gelegentlich Staubpartikeln beobachtet worden sein. Wenn man aber bedenkt, daß bei diesen Versuchen der Cunninghamsche Korrektionsfaktor, der vom Halbmesser a der Partikel der mittleren Weglänge der Gasmolekeln l und einem empirischen Koeffizienten A, den wir gleich 0,87 setzen, abhängt, Werte bis zur Größe 60 annehmen kann, und daß alle Größen, die in diesen Faktor eingehen, mehr oder minder ungenau bestimmt sind, so muß man die erzielte Genauigkeit der Resultate als befriedigend betrachten. Vielleicht ist die Messung des Gasdruckes von den Herren H. Fletcher[1]) und C. F. Eyring[1]) genauer ausgeführt worden wie von uns; sicherlich aber sind Versuche in verdünnten Gasen ungeeignet zur genauen Bestimmung der Elektronenladung mit Hilfe des Stokes-Cunninghamschen Gesetzes, weil in diesem Falle mehrere außerordentlich schwer zu vermeidende Fehlerquellen vorliegen. Ganz besondere Fehlerquellen, auf die wir bei einer anderen Gelegenheit zurückkommen werden, sind zu berücksichtigen, wenn die Versuche in Wasserstoff ausgeführt worden sind.

Aus diesen Gründen beweisen die von Herrn F. Zerner[2]) entdeckten Unstimmigkeiten, die sich aus den Versuchen der Herren Fletcher und Eyring ergeben, einerseits bloß, daß auch diese Autoren wahrscheinlich gelegentlich Staubteilchen statt Öltropfen beobachtet haben, anderseits aber, daß die von diesen Forschern zur Beobachtung der Brownschen Bewegung gewählten Versuchsbedingungen sich nicht gut zur Berechnung der Elektronenladung mit Hilfe des ungenau bekannten Widerstandsgesetzes eignen.

Hier sei noch angemerkt, daß sich aus unseren oben angegebenen Resultaten, bei Ausschluß der besonders großen Werte (Staubinklusionen) sowie aller in verdünnter Luft ausgeführten Bestimmungen, der Mittelwert (für 33 Tropfen) ergibt:

$$e = 4{,}774 \times 10^{-10} \text{ E.S.E.}$$

IV. Scheinbare Dichte der Zinn- und Kadmiumpartikeln.

Wendet man die Stokes-Cunninghamsche Formel auf nicht kugelförmige Metall-

1) H. Fletcher, Phys. Rev. **33**, 81, 1911.

1) C. F. Eyring, Phys. Rev. **5**, 412, 1915.
2) F. Zerner, l. c.

partikeln an, so entstehen noch viel auffallendere Unstimmigkeiten, wie namentlich von den Herren E. Meyer und W. Gerlach[1]) bewiesen worden ist. Auch aus unseren Beobachtungen ergeben sich zahlreiche Beispiele zur Beleuchtung dieser Tatsache. So haben wir beispielsweise die scheinbare Dichte der in der oben angegebenen Weise erzeugten Zinnpartikeln mit Hilfe der Formeln (2), (8) und (9) berechnet und sind zu nachfolgenden Resultaten gelangt: Sind Spuren von Luft und Feuchtigkeit vorhanden, so bilden sich Partikeln, deren scheinbare Dichte 0,8 ist. 22 Partikeln dieser Art wurden beobachtet und ergaben ganz merkwürdig gut übereinstimmende Resultate. Da die Übereinstimmung nicht dem Zufall zugeschrieben werden kann, so beweist sie (nach der im Vorangehenden gemachten Bemerkung), daß alle diese Partikeln nicht nur dieselbe wahre Dichte, sondern auch die gleiche Gestalt haben.

Wenn das geschmolzene Zinn in reinem Stickstoff zerstäubt wurde, so bekam man Partikeln mit der scheinbaren Dichte 1,6, die in 16 Fällen beobachtet wurde. Da bei der Reinheit des Gases die Bildung chemischer Verbindungen unwahrscheinlich schien, kamen wir auf den Gedanken, daß die jähe Abkühlung der geschmolzenen Teilchen Kristallbildung oder doch eine starke Formverzerrung bewirke. Bei langsamer Abkühlung gelang es nun wirklich, Partikeln von größerer scheinbarer Dichte zu erhalten, und zwar wurden 24 Zinnpartikeln beobachtet, deren scheinbare Dichte größer als 2 ist und bis 4,2 wächst. Weil nun selbst bei geringer Abweichung von der Kugelgestalt die scheinbare Dichte von der wahren stark verschieden sein dürfte, und die bei reinem Zinn zu erwartende Dichte 7 ist, so dürfte eine Partikel, deren scheinbare Dichte 4.2 ist, fast eine Zinnkugel sein. Langsames Abkühlen der geschmolzenen Partikeln scheint also tatsächlich die vorausgesetzte Wirkung herbeizuführen.

Bei den Kadmiumpartikeln stimmen die scheinbaren Dichten minder gut untereinander überein, was möglicherweise darauf zurückzuführen ist, daß der von uns verwendete Wasserstoff niemals ganz rein war, sondern bald mehr bald weniger Luft enthielt. Dennoch kann auch in diesem Falle mit Bestimmtheit behauptet werden, daß die Kadmiumpartikeln, deren scheinbare Dichten zwischen 0,15 und 0,75 liegen, nicht kugelförmig sind.

Die Abweichung von der Kugelgestalt war in den meisten Fällen so groß, daß die Stokes-Cunninghamsche Formel nicht einmal roh angenäherte Resultate für die Dichte der Partikeln gibt. Aus diesem Grunde sind unsere Folgerungen gültig ganz abgesehen von besonderen Annahmen über die chemische Reinheit des von uns verwendeten Materials.

Es ist nicht unwahrscheinlich, daß sich in feuchtem Stickstoff oder in unreinem Wasserstoff chemische Verbindungen gebildet haben; ferner kann die mittlere Dichte ultramikroskopischer Körperchen durch Gasadsorption oder durch andere physikalische Vorgänge geändert werden, aber so große Änderungen der mittleren Dichte, als unseren Beobachtungen entsprechen würden, sind ganz unmöglich.

V. Berechnung der Ladung mit Hilfe der Brownschen Schwankungen.

Wir wollen uns nun mit den Resultaten unserer Beobachtungen der Brownschen Bewegung der Partikeln beschäftigen. Zunächst wurde für jede einzelne Partikel der Wert der Elektronenladung e, mittels der Gleichungen (1) und (2) berechnet, wobei der Bestimmung von λ^2 die Weisssche Formel (4) zugrunde gelegt und für N der (Millikansche) Wert:

$$N = 6{,}06 \times 10^{23}$$

angesetzt wurde. Man bekam so Werte von e, welche um den zu erwartenden Mittelwert:

$$e = 4{,}774 \times 10^{-10} \text{ E.S.E.}$$

schwanken; und zwar waren die Abweichungen stets ungefähr von der Größenordnung, die sich aus Schrödingers Theorie mittels der Formel (6) berechnen läßt. Besser übereinstimmende Werte erhält man, wenn man das Mittel berechnet für eine größere Zahl von Partikeln, wobei natürlich jedem Teilresultat für eine einzelne Partikel ein Gewicht beigelegt werden muß, das der Zahl m der Fallbeobachtungen proportional ist.

Auf diese Weise sind wir zu den Zahlen der nachstehenden Tabelle gekommen, in wel-

Die Elektronenladung aus Beobachtungen der Brownschen Bewegung.

Verwendetes Material	P	m	$e \times 10^{10}$	$\Delta e \times 10^{10}$	$\frac{\Delta e}{e}$	$\sqrt{\frac{2}{m}}$
Oltropfen in Luft bei Atmosphärendruck . .	47	1380	5,05	0,27	+ 5,7 Proz.	± 3,7 Proz.
Oltropfen in verdünnter Luft	8	365	4,18	0,59	− 12,5 „	± 7,4 „
Zinn in Stickstoff	15	721	4,31	0,46	− 9,5 „	± 5,3 „
Kadmium in Wasserstoff	9	523	4,91	0,14	+ 2,9 „	± 6,2 „

1) E. Meyer und W. Gerlach, l. c.

cher P die Zahl der benutzten Partikeln bedeutet, m die Zahl der Einzelbeobachtungen, e die Elektronenladungen, Δe die Abweichung von dem zu erwartenden Mittelwert, $\frac{\Delta e}{e}$ den prozentuellen Fehler und $\sqrt{\frac{2}{m}}$ den theoretischen wahrscheinlichen Fehler.

Der Mittelwert aus 2989 Beobachtungen, die an 79 Partikeln ausgeführt worden sind, ist

$$(e)_{\text{Mittel}} = 4{,}765 \times 10^{-10}$$

mit einer Abweichung

$$\frac{\Delta e}{e} = -0{,}2 \text{ Proz.},$$

während der wahrscheinliche Fehler

$$\sqrt{\frac{2}{m}} = \pm 2{,}6 \text{ Proz.}$$

sein sollte.

Wie man sieht, stimmt dieser Mittelwert mit dem bekannten Millikanschen ausgezeichnet überein.

Gegen die benützte Rechenmethode läßt sich einwenden, daß die Schätzung des Wertes der Teilresultate im Grunde ziemlich willkürlich ist. Eine volle Übereinstimmung mit der Schrödingerschen Theorie läßt sich ja nur bei einer sehr großen Zahl m von Einzelbeobachtungen erwarten. Auf kleine Zahlen lassen sich Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen streng genommen nicht anwenden.

Aus diesem Grunde haben wir uns nun auch noch einer zweiten Rechenmethode bedient: Wie im Vorangehenden erwähnt worden ist, dürfen nach Schrödinger die „wahren", Fall- und Steigdauern als genau bestimmbar angesehen werden, vorausgesetzt daß die Zahl m der Einzelbeobachtungen genügend groß ist. (Siehe Gl. 7). Da nun alle anderen Größen, welche in die Formel (3) eingehen, noch viel genauer meßbar sind, so kann man annehmen, daß die mangelhafte Übereinstimmung der Resultate relativ kurzer Meßreihen auf die Brownsche Bewegung zurückzuführen ist. Berechnet man aber für jede Einzelbeobachtung eine Größe x mit Hilfe der Formel:

$$x = \sqrt{\frac{L n V t_2}{t_1(t_1+t_2)}} \frac{t-t_1}{\sqrt{t}}, \qquad (10)$$

so muß, wenn die obige Annahme richtig ist, wenn also wirklich, wie man wohl voraussetzen darf, die elementare Ladung aller Gasionen den gleichen Wert hat, das mittlere Quadrat der x-Werte, welches wir mit $\overline{x^2}$ bezeichnen wollen, der Gleichung genügen:

$$E = \frac{600 R T d}{\overline{x^2}}. \qquad (11)$$

Diese Rechenmethode schaltet jede mehr oder minder willkürliche Gewichtsbestimmung der Teilresultate aus. Jede einzelne Beobachtung an einer beliebigen Partikel wird als Teilresultat der gleichen Meßreihe aufgefaßt.

VI. Das theoretische Verteilungsgesetz der x-Werte.

Ein vollkommen befriedigender und ganz unwiderleglicher Beweis, daß E eine konstante Größe ist, und den theoretisch zu erwartenden Wert hat, kann dadurch erbracht werden, daß man kontrolliert, ob die x-Werte dem theoretischen Verteilungsgesetz genügen. Auf den ersten Blick scheint diese Prüfung auf unüberwindliche Schwierigkeiten zu stoßen, weil L, n, V, t_1 und t_2 in jeder Meßreihe andere Werte haben. Wir werden aber beweisen, daß die Prüfung nicht nur möglich ist, sondern auch in höchst einfacher Weise ausgeführt werden kann.

Ziehen wir zunächst die Verteilung der Werte:

$$\frac{v_1(t_1-t)}{\sqrt{t}} = \frac{L - v_1 t}{\sqrt{t}}$$

für eine und dieselbe Partikel in Betracht, so gilt für die Wahrscheinlichkeit einer Falldauer, die zwischen die Grenzen t und $t+dt$ fällt, das von den Herren E. Schrödinger und M. v. Smoluchowski aufgestellte Gesetz:

$$p(t)dt = \frac{L}{\sqrt{2\pi\lambda^2}} e^{-\frac{(L-vt)^2}{2\lambda^2 t}} t^{-\frac{3}{2}} dt. \qquad (12)$$

Hierin bedeutet $\overline{\lambda^2}$ den quadratischen Mittelwert der Größe:

$$\frac{v_1 t - L}{\sqrt{t}} = \xi. \qquad (13)$$

Löst man die Gleichung (13) nach t auf, so findet man:

$$t = \frac{\xi^2}{2v_1^2} + t_1 \pm \frac{\xi}{v_1}\sqrt{t_1 + \frac{\xi^2}{4v_1^2}}. \qquad (14)$$

Und zwar bezieht sich das Pluszeichen des Wurzelausdruckes auf positive ξ-Werte, nämlich auf solche, für welche $t > t_1$ ist, während das Minuszeichen für die negativen ξ-Werte gilt, für welche $t < t_1$ ist.

Durch Substitution von ξ in die Gleichung (12) erhält man den Ausdruck der Wahrscheinlichkeit gegebener positiver und negativer ξ-Werte:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{L}(+\xi)d\xi &= \frac{2L}{\sqrt{2\pi\lambda^2}} \\ &\quad e^{-\frac{\xi^2}{2\lambda^2}} \\ &\quad \frac{d\xi}{2L+\frac{\xi^2}{2v_1}+\frac{\xi}{\sqrt{2v_1}}\sqrt{2L+\frac{\xi^2}{2v_1}}} \\ \mathfrak{L}(-\xi)d\xi &= \frac{2L}{\sqrt{2\pi\lambda^2}} \\ &\quad e^{-\frac{\xi^2}{2\lambda^2}} \\ &\quad \frac{d\xi}{2L+\frac{\xi^2}{2v_1}-\frac{\xi}{\sqrt{2v_1}}\sqrt{2L+\frac{\xi^2}{2v_1}}} \end{aligned}\right| \quad (15)$$

Entwickelt man nun die Ausdrücke (15) in Potenzreihen nach steigenden Potenzen von

$$\frac{\xi}{2\sqrt{Lv_1}},$$

so erhält man durch gliedweise Integration Formeln, welche die Verteilung der ξ-Werte zu berechnen gestatten. Es genügt die ersten Glieder der Entwicklungen auszurechnen, weil die Reihen rasch konvergieren. Dabei fallen, wie man leicht aus (15) erkennt, alle geraden Potenzglieder weg. Man findet also:

$$\mathfrak{L}(\pm\xi)d\xi = \frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda^2}} e^{-\frac{\xi^2}{2\lambda^2}} d\xi \left(1 \mp \frac{\xi}{2\sqrt{Lv_1}} + \frac{\xi^3}{16(Lv_1)^{3/2}} \mp \cdots\cdots\right).$$

Beschränkt man sich auf die Berechnung der Verteilung der absoluten Werte von ξ, so findet man durch Addition der beiden Ausdrücke (15):

$$\mathfrak{L}(+\xi)d\xi + \mathfrak{L}(-\xi)d\xi = \frac{2}{\sqrt{2\pi\lambda^2}} e^{-\frac{\xi^2}{2\lambda^2}} d\xi .$$

Man gelangt also zu nachfolgendem Satz:

Die Zahl der absoluten (positiven oder negativen) ξ-Werte, welche in gegebene Grenzen fallen, kann nach dem Gaußschen Fehlergesetz berechnet werden. Dieser Satz ist namentlich deshalb bemerkenswert, weil er sich nun ohne weiteres auf die x-Werte anwenden läßt, welche aus den ξ-Werten durch Multiplikation mit dem Faktor

$$\beta = \sqrt{\frac{nVt_2}{L(t_1+t_2)}}$$

entstehen[1]).

Ersetzt man zur Abkürzung den doppelten quadratischen Mittelwert der Größe x durch α^2, so findet man für eine gegebene große Zahl M von Einzelbeobachtungen an verschiedenen Partikeln, für welche t_1, β und L beliebige Werte haben können, die Gesamtzahl $\mu_+ + \mu_-$ der absoluten Werte von x, welche in die Grenzen x_1 und x_2 fallen, ausgedrückt durch das Integral:

$$\mu_+ + \mu_- = \frac{2M}{\alpha\sqrt{\pi}} \int_{x_1}^{x_2} e^{-\frac{x^2}{\alpha^2}} dx . \quad (16)$$

Der quadratische Mittelwert von x kann aus der Summe der absoluten x-Werte in der gleichen Weise berechnet werden, als ob die x-Werte dem Verteilungsgesetz der Beobachtungsfehler gehorchten, also mittels der Formel:

$$\overline{x^2} = \frac{\pi}{2M}\left(\sum |x|\right)^2 . \quad (17)$$

Hier bedeutet $\sum |x|$ die Summe der absoluten (stets positiv genommenen) x-Werte. Der sogenannte „wahrscheinliche Wert" von x (im Sinne des Gaußschen Fehlergesetzes — allerdings hat diese Größe hier nicht dieselbe Bedeutung wegen der unsymmetrischen Verteilung der x-Werte —) ist:

$$\eta = 0{,}6745\sqrt{\frac{600\,RTd}{E}} . \quad (18)$$

Der Beweis, daß die Ladungen aller Partikeln ganze Vielfache der gleichen Elementarladung sind, kann also in nachfolgender Weise erbracht werden: Man berechnet zunächst η, beziehungsweise den Parameter α des Integrals (16)

$$\alpha = \sqrt{2x^2} = \sqrt{\frac{1200\,RTd}{E}} \quad (19)$$

und vergleicht die beobachtete Verteilung der absoluten Werte von x mit der theoretisch ermittelten. Diese Methode hat den großen Vorteil, daß η sehr genau berechnet werden kann, wenn man annimmt, daß die elementare Ladung der Gasionen der der elektrolytischen gleich ist. Dann ist nämlich zu setzen:

$$E = 2{,}895 \times 10^{14}\ \text{E. S. E.} \quad (20)$$

Ferner ist:

$$R = 8{,}315 \times 10^7.$$

Der Plattenabstand war bei unseren Versuchen $d = 0{,}5$ und war mit einer Genauigkeit von mindestens 0,2 Proz. bestimmt. Die Temperatur kann bis auf 1 Proz. (also 3^0) konstant angesehen werden, und zwar ist der Wert:

$$T = 293^0$$

anzusetzen.

Man findet so:

$$\eta = 0{,}1072.$$

Um die Resultate anderer Beobachter, die mit verschiedenen Abständen der Kondensatorplatten gearbeitet haben, auf das gleiche Verteilungsgesetz zu bringen, genügt es, an Stelle des oben (Gleichung 10) angegebenen Faktors den Ausdruck

1) Das Produkt $\beta\sqrt{2\lambda^2}$ soll nämlich, wie oben bewiesen wurde (siehe Gl. 10 und 11), einer konstanten Größe α gleich sein.

$$\sqrt{\frac{LnVt_2 0{,}5}{t_1(t_1+t_2)}} \qquad (21)$$

zu benützen, in welchem d den bei den in Betracht gezogenen Versuchen verwendeten Plattenabstand bedeutet.

VII. Weitere Diskussion der Beobachtungsresultate.

Um die Beobachtungsresultate nach der im Vorangehenden beschriebenen Methode zu prüfen, haben wir die x-Werte in Intervalle von der Größe $0{,}56\,\eta$ eingeteilt. Das letzte Intervall dehnt sich ins Unendliche aus, doch wurde tatsächlich nie ein Wert von x, der größer als $6{,}4\,\eta$ wäre, beobachtet.

Außer der halben Zahl der absoluten x-Werte, welche in ein gegebenes Intervall fallen ($\mu_{\text{beob.}}$), haben wir auch die Zahlen der beobachteten positiven und negativen x-Werte (μ_+ und μ_-) angegeben. Natürlich muß der Leser seine Aufmerksamkeit hauptsächlich den Zahlenreihen $\mu_{\text{beob.}}$ und $\mu_{\text{ber.}}$ zuwenden, von denen die letztere die nach dem Gaußschen Fehlergesetz berechneten, mit den $\mu_{\text{beob.}}$ zu vergleichenden Zahlen enthält. Die Gesamtzahl der Beobachtungen ist stets mit M bezeichnet.

Tabelle I. Öltropfen.

$$M = 1745; \frac{M}{2} = 872{,}5.$$

$\mu+$	$\mu-$	$\mu_{\text{beob.}}$	$\mu_{\text{ber.}}$
248,5	232,5	240,5	256,5
221	238	229,5	223,0
148	184	166	168,1
113	111	112	110,2
52	70	61	62,9
37	45	41	51,1
9	11	10	13,5
8	8	8	5,0
2	1	1,5	1,7
6	0	3	0,5
844,5	900,5	872,5	872,5

Tabelle II. Zinn- und Kadmiumpartikeln.

$$M = 1244; \frac{M}{2} = 622$$

$\mu+$	$\mu-$	$\mu_{\text{beob.}}$	$\mu_{\text{ber.}}$
170,5	178,5	174,5	182,8
175	166	170,5	159,0
104	100	102	120,0
84	93	88,5	78,6
36	49	42,5	44,9
22	27	24,5	22,1
13	13	13	9,6
6	2	4	3,5
0	1	0,5	1,2
1	3	2	0,4
611,5	632,5	622	622,1

Man wird bemerken, daß die Übereinstimmung der beobachteten und der berechneten Verteilung im allgemeinen sehr gut ist. Es kann demnach kein Zweifel bestehen, daß die in (20) gemachte Annahme richtig ist, mit anderen Worten, daß die elementare Ladung der Gasionen der der elektrolytischen tatsächlich gleich ist. Für diese wichtige Grundtatsache bringen unsere Tabellen einen ganz objektiven und darum besonders überzeugenden Beweis.

Bei näherer Betrachtung zeigt sich hingegen eine zwar nicht sehr bedeutende, nichtsdestoweniger aber beachtenswerte Abweichung vom theoretischen Verteilungsgesetz.

Einerseits ist die berechnete Zahl jener Werte von x, welche in dem ersten Intervalle ($x < 0{,}56\,\eta$) liegen, stets größer als die beobachtete, anderseits sind die großen Werte von x zahlreicher als sie nach dem theoretischen Verteilungsgesetz sein sollten. Nicht nur unsere Meßreihen sondern **alle** nach dieser Methode ausgeführten Versuche zeigen dieselben Abweichungen[1]). Als Beispiel mögen die Resultate des Herrn Konstantinowsky (l. c.) angeführt werden, aus welchen wir die x-Werte für 571 Teilbeobachtungen (nämlich für alle diejenigen, für welche die Rechnung nach der oben angegebenen Methode möglich war) ausgerechnet haben.

Tabelle III. Beobachtungen des Herrn Konstantinowsky.

$$M = 571; \frac{M}{2} = 285{,}5.$$

$\mu+$	$\mu-$	$\mu_{\text{beob.}}$	$\mu_{\text{ber.}}$
68,5	78,5	73,5	83,9
62	69	65,5	73,0
38	63	50,5	55,0
44	43	43,5	36,1
15	33	24	20,6
9	18	13,5	10,1
7	5	6	4,4
1	5	3	1,6
2	3	2,5	0,6
5	2	3,5	0,2
251,5	319,5	285,5	285,5

Wie man sofort erkennt, geht die Identität der elementaren Ladungen der Gasionen und der elektrolytischen Ionen auch aus Herrn Konstantinowskys Messungen deutlich hervor, doch ist die oben angegebene Abweichung vom theoretischen Verteilungsgesetz hier noch größer.

1) Vgl. A. Targonski, l. c.

Zum leichteren Vergleiche dürfte es nützlich sein, die x-Werte in drei Gruppen einzuteilen:

1. „Kleine Werte", welche der Bedingung genügen sollen: $x \leq 0{,}56\,\eta$.

2. „Mittlere Werte", für welche:

$$0{,}56\,\eta < x \leq 1{,}68\,\eta.$$

3. „Große Werte", für welche: $x > 1{,}68\,\eta$.

In der nachfolgenden Tabelle sind nun die Unterschiede zwischen den beobachteten und theoretisch berechneten Verteilungen übersichtlich zusammengestellt für unsere Beobachtungen an Öltropfen, an Zinn- und Kadmiumpartikeln, sowie für die Bestimmungen, die Herr Konstantinowsky an Gold- und Hg-Partikeln ausgeführt hat.

Tabelle IV. Übersichtlicher Vergleich der berechneten und beobachteten Verteilung der Resultate.

		Öltropfen	*Sn*- und *Cd*-Partikeln	Partikeln des Herrn Konstantinowsky
Kleine x-Werte	μber.	256,5	182,8	83,9
	μbeob.	240,5	174,5	73,5
	Δ	−6,2 %	−4,6 %	−12,4 %
Mittlere x-Werte	μber.	391,1	279,0	128,0
	μbeob.	395,5	272,5	116,0
	Δ	+1,1 %	−2,3 %	−5,5 %
Große x-Werte	μber.	225,0	160,2	73,6
	μbeob	230,5	175,0	96,0
	Δ	+5,1 %	+9,2 %	+30,5 %

Daß die Zahl der kleinen x-Werte stets zu klein sein muß, ist leicht verständlich. Die zufälligen Beobachtungsfehler (Stoppfehler, kleine Temperaturschwankungen, Luftströmungen usw.) müssen sich den Brownschen Schwankungen superponieren und dadurch die x-Werte vergrößern. Wenn nun die in dieser Weise aus der Gruppe der „kleinen" x-Werte verdrängten Beobachtungen nicht unter den „mittleren" Werten, die dann einen entsprechenden Überschuß zeigen würden, sondern unter den „großen" Werten auftreten, so beweist das nur, daß die Störungen, welche diese Erscheinung verursachen, relativ groß sind.

Bei der von uns angewendeten Methode der Zeitmessung mittels einer gewöhnlichen Stoppuhr läßt sich ein mittlerer Stoppfehler von 0,1 sec annehmen. Daß der Stoppfehler, eventuell mit anderen Beobachtungsfehlern verquickt, tatsächlich diesen Wert hat, wurde von uns durch besondere Versuche, auf die wir hier nicht näher eingehen können, festgestellt. Es liegt nun der Gedanke nahe, jene Versuchsreihen (d. h. die Beobachtungen an jenen Partikeln) auszuschließen, bei welchen der Stoppfehler einen relativ beträchtlichen Einfluß auf die Genauigkeit der Bestimmungen haben könnte, also jene Partikeln, für welche

$$\sqrt{\frac{L n V t_2}{t_1 + t_2}} \cdot \frac{0{,}1}{t_1} = \Delta x$$

größer ist als ein gewisser Bruchteil von η.

Soll die Ausschließung den gewünschten Erfolg haben, so darf der gewählte Bruchteil von η nicht zu klein sein, aber anderseits muß bei dieser Ausschließung behutsam umgegangen werden. Versuchsweise haben wir nun jene Partikeln ausgeschlossen, für die

$$\Delta x > 0{,}025,$$

also mehr als ungefähr ein Viertel von η ist. Man erhält so für die Öltröpfchen eine Verteilung, die sich der theoretischen sehr eng anschließt, wie aus der nachfolgenden Tabelle hervorgeht.

Tabelle V. Öltropfen.

$$M = 1367; \quad \frac{M}{2} = 683{,}5$$

$\mu+$	$\mu-$	μbeob.	μber.
200	196	198	200,8
168	186	177	174,5
128	141	134,5	132,0
87	86	86,5	86,4
30	52	44	49,3
26	32	29	24,3
7	11	9	10,5
4	3	3,5	3,9
2	0	1	1,3
2	0	1	0,5
660	707	683,5	683,5

Kleine x-Werte	μber.	200,8	Mittlere x-Werte	μber.	306,5
	μbeob.	198,0		μbeob.	311,5
	Δ	−1,4 Proz.		Δ	+1,6 Proz.

Große x-Werte	μber.	176,2
	μbeob.	174,0
	Δ	−1,25 Proz.

Jedenfalls kann man sagen, daß die aus den „kleinen" x-Werten verdrängten Einzelbeobachtungen jetzt nicht mehr „große", sondern bloß „mittlere" x-Werte ergeben. Übrigens sind jetzt die Unterschiede zwischen der nach Gl. 16 berechneten und der beobachteten Verteilung ganz unbedeutend. Das theoretische Verteilungsgesetz bewährt sich quantitativ.

Bei den *Sn*- und *Cd*-Partikeln lassen sich nach dem oben angegebenen Kriterium bloß zwei Versuchsreihen mit zusammen 194 Teilresultaten anschließen, doch werden dadurch die Abweichungen von der theoretischen Verteilung nicht verringert, wie aus nachfolgender Übersicht hervorgeht.

Tabelle VI. *Sn*- und *Cd*-Partikeln.

$$M = 1050; \frac{M}{2} = 525.$$

Kleine x-Werte	μber.	154,2	Mittlere x-Werte	μber.	235,1
	μbeob.	150,5		μbeob.	227,0
	Δ	−2,4 Proz.		Δ	−3,4 Proz.
Große x-Werte	μber.	135,6			
	μbeob.	147,5			
	Δ	+8,8 Proz.			

Es liegt nahe, diese Verschiedenheit der Versuchsergebnisse für die Öl- und die Metallpartikeln auf die nichtkugelförmige Gestalt der letzteren zurückzuführen. Warum nichtkugelige Teilchen der Theorie minder gut genügen als kugelförmige, wird im Nachfolgenden noch erörtert werden.

Daß die Messungen des Herrn Konstantinowsky zu noch minder gut stimmenden Resultaten führen, als unsere Versuchsreihen mit Metallpartikeln, kann vielleicht dadurch erklärt werden, daß die im elektrischen Lichtbogen erzeugten Partikeln eine von der Kugelsymmetrie sehr stark abweichende Gestalt haben.

Für diese Annahme spricht eine mit unserer Versuchsanordnung ($L = 0{,}285$ cm) ausgeführte, allerdings ziemlich kurze Meßreihe an elektrisch zerstäubten Quecksilberpartikeln[1]).

Tabelle VII. Elektrisch zerstäubtes *Hg*.

$$M = 301; \frac{M}{2} = 150{,}5$$

Kleine x-Werte	μber.	44,2	Mittlere x-Werte	μber.	67,5
	μbeob.	25,5		μbeob.	60,5
	Δ	−42,3 Proz.		Δ	−10,4 Proz.
Große x-Werte	μber.	38,8			
	μbeob.	64,5			
	Δ	+66,2 Proz.			

Übrigens ist zu bemerken, daß im allgemeinen der Einfluß der Beobachtungsfehler um so größer wird, je kleiner die Meßlänge L ist. Daß anderseits bei relativ großen Meßlängen L, wie sie in unseren Versuchen zur Anwendung gekommen sind, selbst starke Abweichungen von der Kugelsymmetrie unter Umständen ohne Einfluß auf die Resultate der Messungen sein können, wird noch im weiteren gezeigt werden.

VIII. Absolute Werte von $\overline{x^2}$ und E.

Was den von uns gefundenen Wert der Größe E betrifft, so wollen wir uns auf die Angabe des aus der Serie von 1367 Beobachtungen an Öltröpfchen berechneten beschränken.

Die Durchrechnung der Resultate für die *Sn*- und *Cd*-Partikeln hat uns gezeigt, daß sie fast genau zu den gleichen Absolutwerten führen wie die Öltröpfchenserie; wir haben aber diese Rechnung bisher noch nicht mit der gewünschten Genauigkeit nachprüfen können. Für die Öltropfen wurde die Rechnung dreimal überprüft. Man findet:

$$\overline{x^2} = 0{,}2560 \text{ (aus den Beobachtungen)},$$

während der aus Gleichung (19) berechnete theoretische Wert

$$\overline{x^2} = 0{,}2525$$

ist. Somit ergibt sich:

$$E = 2{,}852 \times 10^{14} \text{ (beobachtet)}$$

statt:

$$E = 2{,}895 \times 10^{14} \text{ E.S.E.}$$

Der Fehler beträgt −1,5 Proz., während nach Herrn Schrödinger der zu erwartende wahrscheinliche Fehler

$$\sqrt{\frac{2}{m}} = \pm 3{,}7 \text{ Proz.}$$

sein sollte.

Also ist die gute Übereinstimmung teilweise dem Zufall zuzuschreiben.

IX. Über die Vermehrung der großen x-Werte bei Beobachtungen an nicht kugelförmigen Partikeln.

Wie schon oben angedeutet, müssen nicht kugelförmige Partikeln im Mittel zu große Werte von x ergeben. Da nämlich nicht nur die Translationsbewegung der Partikeln, sondern auch ihre Rotation Brownschen Schwankungen unterliegt, so ist bei Körpern, die keine Kugelsymmetrie besitzen, die Beweglichkeit B in der Gleichung (9)

$$mg = \frac{v_1}{B}$$

nicht konstant, sondern mit der Zeit veränderlich[1]). Aus diesem Grunde müssen sich die Falldauern t nicht nur wegen der Brownschen Schwankungen der Translationsgeschwindigkeit ändern, sondern auch wegen der Änderung der statistischen Mittelwerte von B. Wenn sich nun dieser Effekt der eigentlichen Brownschen Bewegung superponiert, werden die x-Werte zu groß.

Es läßt sich aber voraussehen, daß in der Brownschen Rotationsbewegung selbst die Möglichkeit steckt, diese Erscheinung zum Verschwinden zu bringen. Bekanntlich ändert sich der Winkel bei Partikeln mit großer Rotationsbeweglichkeit äußerst rasch. Sind also die Abweichungen von der Kugelsymmetrie nicht sehr bedeutend, so muß namentlich bei größeren

1) Vgl. A. Schidlof, l. c. und A. Targonski, l. c.

1) Vgl. K. Przibram, Wien. Ber. CXXI. IIa, 2339, 1912.

Fallstrecken L, wo die Partikel bei jedem Sturz mehrmals nach allen möglichen Richtungen umschlägt, sich bald eine merkliche Konstanz der Größe B ergeben. Dies erklärt, weshalb unsere Beobachtungen an nicht kugelförmigen Partikeln, die mit wesentlich längeren Fallstrecken ausgeführt worden sind als die des Herrn Konstantinowsky, Resultate ergeben, welche sich den mit kugelförmigen Teilchen erzielten stark nähern. Außerdem dürften die Abweichungen von der Kugelsymmetrie bei unseren Partikeln minder bedeutend sein als bei den im elektrischen Lichtbogen erzeugten.

Berechnet man den Halbmesser einer nichtkugelförmigen Partikel aus ihrer mittleren Beweglichkeit B unter Zugrundelegung des Stokes-Cunninghamschen Gesetzes (Gleichung 8), also in derselben Weise als ob die Partikel eine Kugel wäre, dann erhält man eine Größe a, welche wir den „scheinbaren" Halbmesser nennen wollen. Sieht man nun die Resultate der Untersuchungen, die über die Brownsche Bewegung nicht kugelförmiger Körperchen in Gasen gemacht worden sind, durch, so kommt man zu nachfolgendem Satze[1]): Ist l die mittlere Weglänge der Gasmolekeln bei den gewählten Versuchsbedingungen, so nähert sich der berechnete Wert von $\overline{x^2}$ um so mehr dem wahren, je größer das Verhältnis $\frac{l}{a}$ ist.

Allerdings ist die Gültigkeit dieses Satzes auf Versuche beschränkt, die mit ungefähr der gleichen Fallstrecke L gemacht sind. Bei wachsender Fallstrecke muß sich der beobachtete Wert von $\overline{x^2}$ ebenfalls dem wahren nähern. Der experimentale Beweis dieser Tatsache ist bisher noch nicht erbracht worden.

Bei kugelförmigen Partikeln (Öltröpfchen) ist der Unterschied zwischen den beobachteten und berechneten Werten der Größe $\overline{x^2}$ von $\frac{l}{a}$ und L unabhängig.

Die wahre Bedeutung der vorangehenden Sätze ist folgende: Für Partikeln von gegebener Gestalt wächst die Intensität der Brownschen Bewegung, wenn das Verhältnis $\frac{l}{a}$ zunimmt, und man nähert sich dann mehr und mehr den Bedingungen, wo die Elimination der Größe B aus den Gleichungen (1) und (2) gestattet ist. Bei welcher Grenze diese Bedingung erfüllt ist, hängt aber nicht bloß von $\frac{l}{a}$, sondern auch wesentlich von der Größe der Fallstrecke L und von der Gestalt der Partikel ab. Bei Kugelgestalt kann man B eliminieren für Partikeln von beliebiger Größe und für beliebige Werte der Weglänge l.

1) A. Targonski, C. R. 161, 778, 1915.

X. Überschuß der negativen ξ-Werte.

Wir wollen uns nun noch mit dem Überschuß an negativen ξ-Werten beschäftigen, der in den vorangehenden Tabellen deutlich erkennbar ist. Die Gesamtzahl der positiven oder negativen ξ-Werte läßt sich aus den Formeln (15), beziehungsweise mit Hilfe der daraus abgeleiteten Reihenentwicklungen, leicht mit großer Genauigkeit berechnen. Setzt man zur Abkürzung:

$$\sqrt{\frac{\overline{\lambda^2}}{2Lv_1}} = \varrho\,, \tag{22}$$

so findet man durch gliedweise Integration:

$$\left.\begin{aligned}\int_0^x \mathfrak{L}(\xi)\,d\xi &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{\pi}}\left(\varrho - \frac{\varrho^3}{2} + \ldots\right)\\ \int_0^x \mathfrak{L}(-\xi)\,d\xi &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{\pi}}\left(\varrho - \frac{\varrho^3}{2} + \ldots\right)\end{aligned}\right\} \tag{23}$$

Bei unseren Versuchen war ϱ so klein, daß alle folgenden Glieder weit unter der Grenze des Beobachtbaren liegen. Übrigens ist unter allen Umständen

$$\sqrt{\frac{\overline{\lambda^2}}{Lv_1}} < 1\,,$$

weil sonst die Partikel überhaupt nicht fallen würde.

Leider läßt sich eine genaue Kontrolle der Versuchsergebnisse nicht ausführen, weil ϱ für die verschiedenen Öltropfen ganz verschiedene Werte hat. Um diesem Übelstande abzuhelfen, haben wir eine Serie von 1000 Einzelbeobachtungen an 5 Öltröpfchen, deren Fallgeschwindigkeit im Mittel 0,00177 cm/sec war, ausgeführt. Durch besondere Vorsichtsmaßregeln haben wir getrachtet, bei dieser Versuchsreihe den störenden Einfluß submikroskopischer Staubpartikeln zu vermeiden[1]). Da die Rechnungen noch nicht beendet sind, müssen wir uns hier auf die Kontrolle der Verteilung der positiven und negativen ξ-Werte beschränken.

Ist M die Gesamtzahl der Beobachtungen,

1) Anmerkung bei der Korrektur: Bei der Ausrechnung der Versuchsergebnisse hat sich herausgestellt, daß bei diesen langen Versuchsreihen hie und da diskontinuierliche Massenänderungen der beobachteten Tröpfchen durch Auffangen winziger kleiner Staubkörnchen hervorgebracht worden sind. Trägt man diesem Umstande Rechnung, so ergibt sich der Anschluß an die Theorie bedeutend besser als vor Beachtung dieser Fehlerquelle.

so berechnet sich der relative Überschuß der negativen ξ-Werte aus (23) zu:

$$\frac{\mu_- - \mu_+}{M} = \frac{\varrho}{\sqrt{\pi}} \quad (24)$$

Bei der zuletzt erwähnten Beobachtungsreihe war: $\overline{\lambda^2} = 0{,}835 \times 10^{-6}$; $L = 0{,}5075$ cm; $v_1 = 0{,}00177$ cm/sec.

Daraus ergibt sich:

$$\frac{\varrho}{\sqrt{\pi}} = 3{,}85 \text{ Proz.}$$

Der beobachtete Überschuß betrug ungefähr 4,5 Proz., war also zu groß.

Daß die Versuche eine zu große Zahl von negativen ξ-Werten ergeben, hat uns nicht überrascht. Wir hatten im voraus Überlegungen angestellt, welche eine Erscheinung dieser Art erwarten ließen. Allerdings sind die nachfolgenden Erwägungen bloße Umrisse einer Theorie, die viel schärfer gefaßt werden müßte, um quantitativ bestätigt werden zu können.

XI. Allgemeine Bemerkungen über die Beobachtungsmethode.

Obwohl der Hauptzweck dieser Untersuchung die Bestimmung der Elektronenladung durch Beobachtung der Brownschen Schwankungen der Falldauern elektrisch geladener, ultramikroskopischer Partikeln war, sowie der Beweis, daß die Ladung der Gasionen sich in allen Fällen aus den gleichen Elementarquanten zusammensetzt, wurden wir doch im weiteren Verlauf der Messungen dazu veranlaßt, uns eingehend mit der Theorie der Versuchsmethode und mit der Frage nach ihrer Genauigkeit zu befassen.

Dabei bemerkten wir eine gewisse Zahl von Fehlerquellen, die wir nach Möglichkeit zu vermeiden oder zu vermindern suchten.

Nun haben wir noch eine neue Fehlerquelle kennen gelernt, welche sich durch eine allzu große Zahl negativer ξ-Werte bemerkbar macht. Wir wollen versuchen, diese Erscheinung zu erklären.

Die wichtigste und heikelste Messung, auf die es bei den Fall- und Steigversuchen ankommt, ist die genaue Bestimmung der Zeitpunkte, wo die Partikel durch die zwei Marken durchgeht, und zwar handelt es sich nach Schrödinger darum, den Moment des ersten Durchganges festzustellen. Das ist aber im Sinne der strengen mathematischen Definition gar nicht möglich. Bei Körperchen mit starker Brownscher Bewegung kann man eigentlich gar nicht von einem genau bestimmbaren Durchgangszeitpunkt sprechen, sondern nur von dem Zeitpunkt, wo der Beobachter den Eindruck hat, daß die Partikel die Marke überschreitet. Dieser Zeitpunkt tritt stets verspätet ein, und zwar kann die Verspätung bei Teilchen mit starken Schwankungen zeitweilig große Werte annehmen.

In einer großen Zahl von Fällen werden sich allerdings die Beobachtungsfehler an den beiden Marken im Mittel wegheben. Ist aber die Unbestimmtheit beim Durchgang durch die erste Marke besonders groß, so wartet der Beobachter, bis er einen Moment erfaßt, wo der Durchgang glatt und rasch erfolgt. Hat er doch nach einigen Zehntelsekunden den Eindruck, daß er sich geirrt hat, so stoppt er und fängt seine Bestimmung von neuem an. Dagegen muß jede Messung, welche bis zum Durchgang durch die zweite Marke gelangt ist, in Betracht gezogen werden; auch dann, wenn der zweite Durchgang nicht ganz mit der gewünschten Genauigkeit beobachtet werden konnte.

Da man nun den Durchgang erst dann markieren kann, wenn man seiner Sache sicher ist, also stets zu spät, so sind die beobachteten Falldauern entweder fast richtig, in allen Fällen nämlich, wo die Fehler an den beiden Marken sich ungefähr aufheben, oder aber, wenn die Unbestimmtheit an der zweiten Marke größer ist, als die, welche sich der Beobachter bei der ersten gestattet, zu groß. Es ist somit zu setzen:

$$t' = t + \varepsilon .$$

Hierin bedeutet t' die notierte Falldauer, t die richtige, ε den Fehler. In den meisten Fällen wird man ε gleich Null setzen können. In einigen wenigen Fällen dagegen ist ε relativ groß, dann aber stets positiv.

Somit wird die mittlere Falldauer einer Serie im allgemeinen zu groß sein. Statt der „wahren" mittleren Falldauer t_1 findet man einen Mittelwert t_1' und zwar ist:

$$t_1' = t_1 + \varepsilon_1 ,$$

wo ε_1 sehr klein aber positiv ist. Die beobachteten Abweichungen vom Mittelwert sind:

$$t' - t_1' = t - t_1 + \varepsilon - \varepsilon_1 .$$

In den seltenen Fällen, wo ε groß (und dann positiv) ist, sind die beobachteten Schwankungen zu groß, in den weitaus zahlreicheren Fällen dagegen, wo ε fast Null ist, sind die Schwankungen zu klein. Somit muß der Fehler einen Überschuß von negativen ξ-Werten bewirken, wie dies unseren letzten Beobachtungen entspricht.

Bei Benutzung einer unterteilten Fallstrecke, wie sie bei den Versuchen der Herren H. Fletcher und C. F. Eyring zur Anwendung gekommen ist, müßte sich der Fehler stark verringern, da bei den Durchgängen durch die inneren Marken der erwähnte Irrtum im Mittel

keine Wirkung haben kann. Somit wäre eine Prüfung der Verteilung der von diesen Forschern beobachteten t-Werte höchst wünschbar und dürfte bemerkenswerte Resultate ergeben, sofern nicht andere Fehler, die bei Beobachtungen in stark verdünnten Gasen unter Benutzung sehr kurzer Fallstrecken auftreten können, das Verteilungsgesetz allzusehr entstellen.

XII. Zusammenfassung.

Zusammenfassend möchten wir bemerken, daß unsere Beobachtungen über die Brownsche Bewegung in Gasen die Resultate der Herren H. Fletcher und C. F. Eyring (l. c.) bestätigen. Die elementare Ladung der Gasionen ist der der elektrochemischen gleich. Das geht nicht nur aus Messungen an kugelförmigen Tropfen hervor, sondern auch aus jenen, die an nicht kugelförmigen Metallpartikeln ausgeführt worden sind. Auch die Beobachtungen des Herrn Konstantinowsky (l. c.) können zum Beweis dieser Tatsache dienen.

Die Prüfung der Verteilung der bei einer großen Zahl von Einzelbeobachtungen gemessenen Schwankungen der Falldauer erlaubt gewisse Fehlerquellen zu erkennen, von denen die einen bei kugelförmigen Partikeln, andere wieder bei genügender Intensität der Brownschen Bewegung belanglos werden.

Der Berechnung der theoretischen Verteilung und der absoluten Werte wurden Formeln zugrunde gelegt, die aus den von den Herren E. Schrödinger und M. v. Smoluchowski (l. c.) aufgestellten Beziehungen abgeleitet worden sind. Die quantitative Bestätigung des theoretischen Verteilungsgesetzes darf somit als eine Verifikation dieser Theorie aufgefaßt werden. Aus den von Herrn Fletcher (l. c.) benützten Formeln ließe sich ein so einfaches Verteilungsgesetz nicht in voller Strenge ableiten.

Physikalisches Institut der Universität Genf, Juli 1916.

(Eingegangen 3. Juli 1916.)

Sichtbarmachung der Ionisationsbahnen von H-Teilchen, die durch Zusammenstoß von α-Teilchen mit H-Atomen erzeugt sind.

Von Debendra Bose.

Die Tatsache, daß α-Teilchen, die eine dünne Schicht Materie durchlaufen haben, zum Teil eine verhältnismäßig große Ablenkung erfahren, hat Rutherford[1]) unter der Annahme seines bekannten Atommodells theoretisch behandelt. Seine Formeln sind unter der Annahme abgeleitet, daß die Masse des gestoßenen Atoms, im Verhältnis zu derjenigen des α-Teilchens, sehr groß ist, und daß das Atom demzufolge durch den Zusammenstoß nicht in Bewegung gesetzt wird. Die Versuche der Herren Geiger und Marsden[1]) haben die Rutherfordsche Hypothese bestätigt. Herr Darwin[2]) erweitert die Formel für den Fall, daß die von dem α-Teilchen getroffenen Atome bei dem Zusammenstoß in Bewegung gesetzt werden. Für Zusammenstöße mit Wasserstoffatomen ergibt sich für die Geschwindigkeit des H-Atoms nach dem Zusammenstoß die Geschwindigkeit

$$u = \frac{8}{5} v \cos \Theta , \qquad (1)$$

wo Θ der Winkel zwischen der Bahn des gestoßenen H-Atoms und der ursprünglichen Richtung des α-Teilchens ist, und v die Geschwindigkeit des α-Teilchens vor dem Zusammenstoß darstellt. Für einen geraden Stoß wird $u = \frac{8}{5} v$; (1); die Reichweite eines solchen H-Teilchens ist dann $(8/5)^3 =$ ca. 4 mal so groß, wie diejenige des ursprünglichen α-Teilchens in Wasserstoff. Herr Marsden[3]) versuchte die Existenz von solchen H-Teilchen durch die Szintillationsmethode nachzuweisen. Er stellte den Szintillationsschirm in solcher Entfernung von der Quelle der α-Teilchen auf, daß die α-Teilchen direkt keine Szintillationen hervorrufen konnten. Daß er trotzdem solche erhielt, spricht für die Existenz von H-Teilchen, die sich mit hoher Geschwindigkeit bewegen.

Da anzunehmen ist, daß die H-Teilchen das Gas längs ihrer Bahn ionisieren, müßte diese Bahn sich nach der Wilsonschen Methode[4]) photographisch darstellen lassen, was noch ein sicherer Beweis für ihre Existenz und ihre Entstehungsweise sein würde. Die Herren Mc Lennan und Mercer[5]) versuchten daher diese Bahn mit Hilfe der Wilsonschen Methode zu photographieren. Sie erhielten jedoch nur ein negatives Ergebnis. Ich habe mich mit ähnlichen Versuchen beschäftigt, und es ist mir gelungen, eine Reihe von Aufnahmen zu erhalten, welche die Existenz der Ionisationsbahnen der H-Teilchen beweisen, und auch den Vorgang ihrer Entstehung durch die Stöße der α-Teilchen direkt erkennen lassen. Durch die Veröffentlichung der Herren Mc Lennan und Mercer veranlaßt, gebe ich im Folgenden eine kurze

1) Phil. Mag. **21**, 669, 1911.

1) Phil. Mag. **25**, 604, 1913.
2) Phil. Mag. **27**, 499, 1914.
3) Phil. Mag. **27**, 824, 1914.
4) Jahrbuch d. Rad. u. Elektronik, **10**, 34, 1913.
5) Phil. Mag. **30**, 676, 1915.

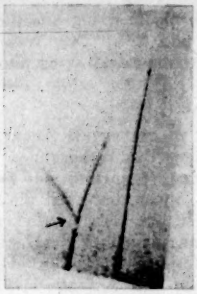

Fig. 1.

Notiz über meine bisherigen Resultate. Ein ausführlicher Bericht wird später folgen.

Der von mir gebrauchte Apparat ist eine in dem unterzeichneten Institut ausgearbeitete Modifikation des Wilsonschen Expansionsapparates[1]), die an anderer Stelle näher beschrieben werden wird. Durch eine geeignete elektromagnetische Auslösung kann die Expansion, die Beleuchtung und das Wegziehen eines Glimmerschirms von der α-Strahlenquelle gleichzeitig oder in den notwendigen kurzen Abständen erfolgen. Das Expansionsgefäß ist zylindrisch, hat 12,5 cm Durchmesser, und ist am Ende mit einer Glasplatte verschlossen, durch welche hindurch die Aufnahmen gemacht werden. Als α-Strahlenquelle dient ein Poloniumpräparat. Um die Geschwindigkeit der α-Teilchen zu verringern, war das Präparat in verschiedene Metallblätter von passender Dicke eingewickelt. Zur Füllung der Expansionskammer wurde der im Handel erhältliche Wasserstoff verwendet.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

Unter einer großen Anzahl von Aufnahmen wurde nur eine kleine Zahl erhalten, die die gesuchte Erscheinung zeigten. Von diesen sind sechs, bei denen über die Deutung kein Zweifel sein kann, in den Figuren 1—6 wiedergegeben. Sie zeigen die ionisierenden Bahnen der α- und H-Teilchen in doppelter natürlicher Größe. Bei den Aufnahmen Fig. 1, 2, 6 war das Poloniumpräparat in einem Aluminiumblatt von 0,017 mm Stärke eingewickelt. Das Expansionsverhältnis war 1,43. Bei Fig. 3 war das Präparat in einem Stanniolblatt von 0,011 mm Stärke eingewickelt, und das Expansionsverhältnis 1,43, während in Fig. 4 u. 5 das Präparat in einem Silberblatt von 0,0044 mm Stärke eingewickelt war, und das Expansionsverhältnis 1,42 war.

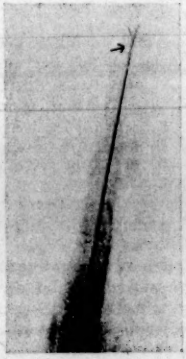

Fig. 5.

Fig. 6.

Auf den Aufnahmen ist deutlich die plötzliche Teilung der Ionisationsbahnen des α-Teil-

1) loc. cit.

chens in zwei Bahnen an den mit Pfeilen markierten Stellen zu sehen. Da die Erscheinung an die Anwesenheit des Wasserstoffs gebunden ist, kann kein Zweifel bestehen, daß wir in den beiden Teilbahnen die des abgelenkten α-Teilchens und die des gestoßenen H-Teilchens vor uns haben. Leider werden durch die Projektion auf eine Ebene die Längenverhältnisse der gegen die Einstellungsebene des aufnehmenden Objektives geeigneten Bahnen, geändert (verkleinert).

Es ist von Interesse, das von mir erhaltene Resultat mit der Rutherfordschen Formel[1]) zu vergleichen. Nach dieser Formel ist der Bruchteil P der α-Teilchen, welche durch eine dünne Schicht Materie von der Stärke t um einen Winkel φ, zwischen φ_1, und φ_2 abgelenkt werden

$$P = \frac{\pi}{4} n t b^2 (\cot^2 \varphi_1/2 - \cot 2 \varphi_2/2) \ldots . \quad (2)$$

wo n die Anzahl der Atome pro ccm der zerstreuenden Schicht

$$b = \frac{2NeE}{Mu^2}.$$

Ne die positive Kernladung des zerstreuenden Atoms,
M die Masse des α-Teilchens,
E dessen Ladung,
u dessen Geschwindigkeit.

Hierbei ist angenommen, daß die Masse des zerstreuenden Atoms, im Vergleich mit der des α-Teilchens, so groß ist, daß das Atom durch den Zusammenstoß mit dem α-Teilchen nicht in Bewegung gesetzt wird. In dem vorliegenden Falle jedoch, ist die Masse m des H-Atoms von derselben Größenordnung wie M. Wir müssen daher nach Darwin[2]) setzen:

$$b = \frac{2NeE}{u^2}\left(\frac{1}{M} + \frac{1}{m}\right) \ldots . \quad (3)$$

Dann bedeutet φ in (2) den Winkel zwischen der Bahn des H-Teilchens und der Bahn des α-Teilchens nach dem Zusammenstoß. Setzen wir den Ausdruck (3) in (2) ein, so ergibt sich

$$P = \pi n t \cdot \frac{N^2 e^2 E^2}{u^4}\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M}\right)^2 (\cot^2 \varphi_1/2 - \cot^2 \varphi_2/2). \quad (4)$$

In der Versuchsreihe, zu der die Fig. 4 u. 5 gehören, waren 42 Aufnahmen gemacht worden. Es war möglich, 1038 α-Teilchenbahnen zu zählen, die ihren Lauf innerhalb des Expansionsgefäßes beendeten. Sieben von diesen erzeugten auf dem letzten Zentimeter ihrer Bahn, durch Zusammenstoß, ionisierende H-Teilchen. Der Winkel zwischen den entsprechenden H- und α-Teilchenbahnen lag schätzungsweise zwischen 40° und 80°. Die Wahrscheinlichkeit für einen Zusammenstoß unter dieser Bedingung ist also $\frac{7}{1038}$.

Um die zu erwartende Anzahl der H-Teilchen, die unter den vorliegenden Verhältnissen erzeugt werden, mit Hilfe der Formel (4) berechnen zu können, habe ich die Annahme gemacht, daß u, die Geschwindigkeit des α-Teilchens in dem Augenblick des Zusammenstoßes, gleich ist derjenigen Geschwindigkeit, welche ein α-Teilchen am Anfang des letzten Zentimeters seiner Bahn in Wasserstoff hat. Zur Berechnung von u benutzte ich die empirische Formel Geigers[1])

$$u^3 = u_0^3\left(1 - \frac{a}{R}\right).$$

Hierin ist für u_0 die Anfangsgeschwindigkeit des α-Teilchens von Polonium zu setzen, während R die Reichweite des α-Teilchens in Wasserstoff, unter dem Druck nach der Expansion etwa 540 mm bedeutet; dann ist u die Geschwindigkeit des α-Teilchens nach der Zurücklegung von x cm seiner Bahn. Die beobachteten Zusammenstöße fanden alle im letzten Zentimeter der Bahn statt. Wir müssen dann in Formel (4) für die Dicke t der durchstrahlten Schicht, in der die Erscheinung auftritt, 1 cm setzen.

Führen wir in Formel (4) außerdem noch die Werte $\varphi_1 = 40°$ und $\varphi_2 = 80°$ ein, dann erhalten wir $P = \frac{7{,}7}{1000}$, während die Versuche nach obigen Ausführungen $P = \frac{7}{1038}$ ergeben hatten.

Zusammenfassung.

Durch photographische Aufnahmen nach der Wilsonschen Expansionsmethode werden die Ionisationsbahnen von H-Teilchen, die durch Zusammenstoß von α-Teilchen bei ihrem Durchgang durch Wasserstoff mit H-Atomen erzeugt werden, nachgewiesen. Die Bahnen der stoßenden, abgelenkten α-Teilchen werden dabei gleichzeitig sichtbar. Die Anzahl der H-Teilchen, welche nach den Rutherford-Darwinschen Formeln bei den gegebenen Versuchsbedingungen zu erwarten sind, steht mit der durch den Versuch gefundenen Anzahl in guter Übereinstimmung.

1) Rutherford, Phil. Mag. **21**, 674, 1911.
2) Darwin, Phil. Mag. **27**, 500, 1914.

1) Geiger, Proc. Roy. Soc. Lond. (A) **83**, 492, 1910.

Berlin, Physikalisches Institut der Landwirtschaftlichen Hochschule, Juli 1916.

(Eingegangen 21. Juli 1916.)

Über die Möglichkeit des Nachweises eines Erdbewegungseinflusses auf die Erscheinungen der Selbstinduktion.

Von A. v. Schütz.

Durch die Induktionswirkungen, die durch die Bewegung eines Drahtes in irgendeinem Magnetfeld in dem Draht entstehen, kann man bekanntlich in keiner Weise den Einfluß des ruhenden Äthers nachweisen, der sich durch diese Bewegung des Drahtes und vollends das Hinzukommen der Bewegung der Erde relativ zum ruhenden Äther bemerkbar machen müßte: der Einfluß der Erdbewegung fällt stets aus der Rechnung heraus und es verbleibt der Einfluß der allgemeinen Relativbewegung zwischen den beiden Systemen des Magnetfeldes und des Drahtes. Anders ist es bei der Selbstinduktion.

Die fließenden Leitungselektronen eines in Richtung der Erdbewegung fließenden Drahtstromes haben als Geschwindigkeit V relativ zum ruhenden Äther die Erdgeschwindigkeit v plus der Stromgeschwindigkeit w, d. h. plus der Geschwindigkeit, die die Elektronen relativ zum Draht und damit zur Erde haben. Es ist also $V = v + w$. Wenn nun ein in Richtung der Erdbewegung fließender Drahtstrom unter Beibehaltung seiner Stromstärke um seine Achse um 180° gedreht wird, so daß er jetzt wieder in der Erdbahn, aber entgegen der Erdbewegungsrichtung fließt, so ist damit eine Verminderung der Geschwindigkeit V, die die negativen, im Draht fließenden Elektronen relativ zum ruhenden Äther haben, verbunden, und zwar entsprechend $2w$, der doppelten Geschwindigkeit der fließenden negativen Elektronen relativ zum Draht. Es ist also deren Geschwindigkeit relativ zum ruhenden Äther jetzt $V = v - w$. Genau dieselbe Verminderung der Elektronengeschwindigkeit relativ zum ruhenden Äther kann man nun auch hervorrufen, indem man den Draht unbewegt läßt, den Strom aber abstellt, so daß $V = v$ wird, und ihn dann in entgegengesetzter Richtung wieder angehen läßt, so daß $V = v - w$ wird. Würde das magnetische Feld nun von der Geschwindigkeit der Elektronen relativ zum ruhenden Äther abhängen, so müßte sich beim Drehen des Drahtes aus der Erdbewegungsrichtung entsprechend der damit verbundenen Veränderung der Elektronengeschwindigkeit relativ zum ruhenden Äther auch eine Veränderung der magnetischen Feldstärke und ebenso eine entsprechende Selbstinduktion bemerkbar machen, genau so wie dies beim Anhalten und Abstellen des Stromes und seinem Wiederangehenlassen in entgegengesetzter Richtung geschieht. Wenn es nur auf die Bewegung der Elektronen relativ zum ruhenden Äther ankäme, dann müßte es hier völlig einerlei sein, durch welche Umstände diese Bewegung geändert wird. In Wirklichkeit tritt aber nur in einem einzigen Falle eine Selbstinduktion ein: wenn sich die Geschwindigkeit der fließenden Elektronen relativ zum Draht verändert — ihre Geschwindigkeitsveränderung relativ zum Äther, durch einfaches Drehen des Drahtes relativ zur Erdbahn, bleibt völlig ohne Einfluß. Um dies zu erklären, gibt es nur die eine Möglichkeit: es muß das magnetische Feld eben durch die Bewegung der negativen Elektronen relativ zum Draht, d. h. zu dessen positiven Atomkernen, und nicht durch ihre Bewegung relativ zum ruhenden Äther hervorgerufen werden. Dann kann man den Draht beliebig um seine Achse drehen — wenn nur die Stromstärke, d. h. die Geschwindigkeit der negativen Elektronen relativ zu den positiven, dieselbe bleibt, bleibt auch die Stärke des Magnetfeldes unverändert und es kann daher keine Selbstinduktion eintreten. Und auch beim An- und Ausgehen des Stromes dessen Selbstinduktion vermeiden kann man bekanntlich nur durch bifilare Wickelung des Drahtes, indem sich hier sowohl das Magnetfeld wie auch die Selbstinduktion in sich selber aufhebt.

Diese offenbaren Erscheinungen der Selbstinduktion geben die deutlichste Antwort auf die Frage, ob das magnetische Feld durch die Bewegung der Elektronen relativ zum Äther oder relativ zum Draht hervorgerufen wird: sie sind der versuchsmäßige Beweis für die Behauptung der Abhängigkeit des magnetischen Feldes von der Bewegung der Elektronen relativ zum Draht; die eigentliche Frage allerdings, ob die Lorentzsche Annahme des ruhenden Äthers oder die Einsteinsche des Fehlens jeglichen Äthers berechtigt ist und ob also die Einsteinsche Annahme der Relativität aller Bewegungen zur Notwendigkeit wird, ist damit noch nicht beantwortet.

(Eingegangen 26. Juni 1916.)

BESPRECHUNGEN.

Chr. Ries, Sehende Maschinen. Eine kurze Abhandlung über die geheimnisvollen Eigenschaften der lichtempfindlichen Stoffe und der staunenswerten Leistungen der sehenden Maschinen. gr. 8. 120 S. mit 95 Abbildungen. Dießen vor München, J. C. Huber. 1916. M. 4,50.

Der durch seine verschiedenen wertvollen Sammelbücher über die Selenzellen und ähnliche lichtelektrische Apparate bekannte Verfasser hat hier, veranlaßt durch den Verleger, versucht, die reizvollen lichtelektrischen Erscheinungen der Physik und ihre verlockenden Anwendungsmöglichkeiten dem Laienpublikum nahezubringen. Das zeigt schon das Schlagwort „Sehende Maschinen", um das er seinen Bericht gruppiert. Es wird ihm seine Absicht ja auch gewiß gelingen, Fernerstehende zum Staunen und selbst Erfahrene zum Stutzen zu bringen. Doch fürchte ich, daß die lobenswerte andere Absicht des Vorworts, zu ernster Mitarbeit anzuspornen, nicht erreicht, sondern nur der schon viel zu große Kreis der „Erfinder" vermehrt wird, welche mit Hilfe von Selenzellen jedes technische Problem spielend — wenigstens auf dem Papier — lösen. Es ist ja wahr: „Gebt mir eine ideale Selenzelle, und ich hebe die Erde aus ihren Angeln". Wer aber mit den wirklichen Selenzellen zu tun gehabt hat, weiß, wie sehr die meisten, so verlockend erscheinenden Selenzellenerfindungen verurteilt sind, interessante Anfänge oder gar nur geistreiche Ideen zu bleiben. Behandelt werden: Hertzeffekt, Hallwachseffekt, Becquereleffekt, Selenzellen und Verwandtes, Lichtkurven, automatische Signal- und Registrierapparate, Lichtmessung mittels lichtelektrischer Effekte, Zeitbestimmung auf tausendstel Sekunden, Sortierung nach Farben, Prüfung der Qualität von Lampen, Lichttelegraphie, Lichtphonograph, Optophon von Fournier d'Albe, Bildtelegraphie von Korn, Fernsehen. — Man erkennt schon an dieser Zusammenstellung, daß wahllos wertvolle und durchgearbeitete Methoden mit rein papiernen Erfindungen zusammengestellt worden sind, die sicherlich niemals wirklich, sondern lediglich in dem Kopf des Erfinders funktioniert haben. Gerade hier hätte es not getan, einmal Spreu vom Weizen zu sondern und genau zu sagen, was ins Bereich der Phantasie gehört. Die Darstellung ist auch sonst ziemlich oberflächlich, gelegentlich werden Apparate und Methoden mit falschem Autornamen zitiert; nirgendwo sind Hinweise auf ernsthafte Literatur gegeben, wo man sich genauere Auskunft holen könnte. — Alles in allem scheint es mir schade zu sein, daß sich der sonst so ernsthafte Verfasser auf die Bahn wissenschaftlicher Popularitätshascherei hat drängen lassen. H. Th. Simon.

Nachtrag zur Übersicht über die Kriegsbeteiligung der Deutschen Physiker.

Dr. phil. **H. Sirk**, Privatdozent an der Universität Wien, ist als wissenschaftlicher Hilfsarbeiter für Röntgenographie einem Militärspitale zugeteilt worden.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der a.o. Professor für Chemie an der Universität Jena Dr. Wilhelm Schneider zum Vorsteher des organischen Laboratoriums der Universität mit einem Lehrauftrag für organische Chemie, der Privatdozent an der Universität Leipzig Dr. Edgar Lilienfeld zum a.o. Professor der Physik an derselben Universität, die Privatdozenten an der Universität Erlangen Dr. Richard Baldus (Mathematik) und Dr. Joseph Würschmidt (Physik) zu a.o. Professoren daselbst.

Berufen: Der a.o. Professor der Pharmakologie an der Universität Würzburg Dr. Ferdinand Flüry an das Kaiser-Wilhelm-Institut für Physikalische Chemie in Berlin-Dahlem.

Gestorben: Der frühere Professor der Chemie an der Handelsakademie Wien Dr. Nicolaus Teclu, der ord. Professor der physikalischen Chemie an der Johns Hopkins Universität in Baltimore Dr. Harry C. Jones, der Professor der Chemie in Baltimore Dr. Wilh. Simon.

Gesuche.

Physiker,

Dr. phil., 30 J., militärfrei, mit allseitiger theoretischer und experimenteller Ausbildung und mehrjähriger Erfahrung im phys. Laboratorium würde sich gern ab 1. Okt. oder spätestens Friedensschluß in möglichst selbständiger Stellung, ev. als wissenschaftlicher Mitarbeiter u. ähnl. an kleinerem Unternehmen mit Fabrikation wissenschaftlicher Instrumente und Bedarfsartikel des Phys. Laborat., organisatorisch tätig, beteiligen. Angebote sofort erbeten an den Verlag dieser Zeitschrift unter **S. H. 476.**

Für die Schriftleitung verantwortlich Geh. Regierungsrat Prof. Dr. H. Th. Simon in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.